

1 [2023 神戸大]

A, B の 2 人が、はじめに、A は 2 枚の硬貨を、B は 1 枚の硬貨を持っている。2 人は次の操作 (P) を繰り返すゲームを行う。

- (P) 2 人は持っている硬貨すべてを同時に投げる。それぞれが投げた硬貨のうち表が出た硬貨の枚数を数え、その枚数が少ない方が相手に 1 枚の硬貨を渡す。表が出た硬貨の枚数が同じときは硬貨のやりとりは行わない。

操作 (P) を繰り返し、2 人のどちらかが持っている硬貨の枚数が 3 枚となった時点でこのゲームは終了する。操作 (P) を n 回繰り返し行ったとき、A が持っている硬貨の枚数が 3 枚となってゲームが終了する確率を p_n とする。ただし、どの硬貨も 1 回投げたとき、表の出る確率は $\frac{1}{2}$ とする。

- (1) p_1 の値を求めよ。 (2) p_2 の値を求めよ。 (3) p_3 の値を求めよ。

2 [2023 大阪大]

正の実数 a, x に対して、 $y = \left(\log_{\frac{1}{2}} x\right)^3 + a(\log_{\sqrt{2}} x)(\log_4 x^3)$ とする。

- (1) $t = \log_2 x$ とするとき、 y を a, t を用いて表せ。
- (2) x が $\frac{1}{2} \leq x \leq 8$ の範囲を動くとき、 y の最大値 M を a を用いて表せ。

3 [2023 大阪大]

a, b を実数とする。 θ についての方程式 $\cos 2\theta = a \sin \theta + b$ が実数解をもつような点 (a, b) の存在範囲を座標平面上に図示せよ。