



【夏期】
— 中学生模試 —
中2[標準]
(解答)

1

- 【解答】 (1) (1, 7) (2) (4, 6) (3) $y=12$ (4) $y=2x+7$ (5) $y=2x-5$
 (6) (1, 3) (7) $1 \leq y \leq 6$ (8) $a=-4, b=9$ (9) $p=-5$
 (10) (-2, 3)

【解説】

- (1) 点 B の y 座標は 7 である。

点 B の x 座標を a とすると

$$\frac{a+5}{2}=3$$

$$a=1$$

よって、点 B の座標は (1, 7)

- (2) 中点の x 座標は $\frac{1+7}{2}=4$

$$y \text{ 座標は } \frac{8+4}{2}=6$$

よって、求める座標は (4, 6)

- (3) y は x に反比例するから、比例定数を a として $y=\frac{a}{x}$ と表せる。

$y=\frac{a}{x}$ に $x=6, y=-8$ を代入すると

$$-8=\frac{a}{6}$$

$$a=-48$$

よって、反比例の式は $y=-\frac{48}{x}$

$y=-\frac{48}{x}$ に $x=-4$ を代入すると

$$y=-\frac{48}{-4}=12$$

- (4) 求める 1 次関数の式を $y=ax+b$ とおくと

$$\begin{cases} 1=-3a+b & \cdots \cdots \textcircled{1} \\ 9=a+b & \cdots \cdots \textcircled{2} \end{cases}$$

$$\textcircled{2}-\textcircled{1} \text{ より } 8=4a$$

$$a=2$$

$a=2$ を $\textcircled{2}$ に代入すると $9=2+b$

$$b=7$$

よって、求める式は $y=2x+7$

- (5) 直線 $y=2x+1$ に平行であるから、求める直線の式を $y=2x+b$ とする。

点 (1, -3) を通るから

$$-3=2 \times 1+b$$

$$b = -5$$

よって、求める直線の式は $y = 2x - 5$

$$(6) \quad \begin{cases} y = 2x + 1 & \cdots \cdots ① \\ y = -x + 4 & \cdots \cdots ② \end{cases}$$

① を ② に代入して

$$2x + 1 = -x + 4$$

$$3x = 3$$

$$x = 1$$

$$x = 1 \text{ を ① に代入して } y = 2 \times 1 + 1 = 3$$

よって、交点の座標は (1, 3)

(7) $y = -x + 3$ の値は、

$$x = -3 \text{ のとき } y = -(-3) + 3 = 6$$

$$x = 2 \text{ のとき } y = -2 + 3 = 1$$

である。

よって、求める y の変域は $1 \leq y \leq 6$

(8) $a < 0$ であるから

$$x = -1 \text{ のとき } y = 13, \quad x = 3 \text{ のとき } y = -3$$

である。

$$\text{よって} \quad 13 = -a + b \quad \cdots \cdots ①$$

$$-3 = 3a + b \quad \cdots \cdots ②$$

$$② - ① \text{ より } -16 = 4a$$

$$a = -4$$

$a = -4$ を ① に代入すると

$$13 = -(-4) + b$$

$$b = 9$$

したがって $a = -4, b = 9$

(9) 3 点を A (1, 5), B (3, 9), C ($p-4, 3p$) とする。

直線 AB の傾きは $\frac{9-5}{3-1} = 2$ であるから、直線 AB の式を $y = 2x + b$ とおく。

直線 AB は点 B を通るから

$$9 = 6 + b$$

$$b = 3$$

よって、直線 AB の式は $y = 2x + 3$

また、直線 AB は点 C も通るから

$$3p = 2(p-4) + 3$$

$$3p = 2p - 8 + 3$$

$$p = -5$$

(10) 「 m の値に関係なく、つねにある定点を通る」とあるから、 m の値を具体的に 2 つ

決めて、それらの値で定まる2直線の交点を求めればよい。

$m=1$ のとき $y=x+5$, $m=-1$ のとき $y=-x+1$ である。

連立方程式 $\begin{cases} y=x+5 \\ y=-x+1 \end{cases}$ を解いて $x=-2, y=3$

したがって、求める点の座標は $(-2, 3)$

参考 与えられた直線の式は $y=m(x+2)+3$ と変形できる。

この等式の右辺に $x=-2$ を代入すると

$$m(-2+2)+3=m \times 0+3=3$$

となり、 m の値に関係なく、つねに $y=3$ となることがわかる。

このことから、この問題で求める点の座標が $(-2, 3)$ であることがわかる。

2

【解答】 (1) $(6, 2); a=12$

(2) $A(2, 8); B(-2, 0); C(10, 0); \triangle ABC=48; y=\frac{1}{2}x+1$

(3) $y=-\frac{3}{4}x+15; (-4a+20, 3a); a=\frac{5}{2}; 10$

【解説】

(1) 点 A の x 座標を t とする。

点 P が出発してから 8 秒後の $\triangle OAP$ の面積について

$$\frac{1}{2} \times 8 \times t = 24$$

$$t = 6$$

点 A は $y=\frac{1}{3}x$ のグラフ上にあるから、 $y=\frac{1}{3}x$ に $x=6$ を代入すると

$$y = \frac{1}{3} \times 6 = 2$$

よって、点 A の座標は $(6, 2)$

点 A は $y=\frac{a}{x}$ のグラフ上にあるから、 $y=\frac{a}{x}$ に $x=6, y=2$ を代入すると

$$2 = \frac{a}{6}$$

よって $a=12$

(2) 点 A の座標は、連立方程式 $\begin{cases} y=2x+4 & \cdots \cdots \textcircled{1} \\ y=-x+10 & \cdots \cdots \textcircled{2} \end{cases}$ の解として表される。

①, ② より $2x+4=-x+10$

$$3x=6$$

$$x=2$$

① より $y=2 \times 2 + 4 = 8$

よって、点 A の座標は $(2, 8)$

点 B は直線 ① と x 軸の交点である。

$y=2x+4$ において $y=0$ とすると $0=2x+4$

これを解いて $x=-2$

よって、点 B の座標は $(-2, 0)$

点 C は直線 ② と x 軸の交点である。

$y=-x+10$ において $y=0$ とすると $0=-x+10$

これを解いて $x=10$

よって、点 C の座標は $(10, 0)$

辺 BC を底辺と考えると、 $\triangle ABC$ の高さは点 A の y 座標となるから 8

よって $\triangle ABC = \frac{1}{2} \times BC \times 8$

$$= \frac{1}{2} \times \{10 - (-2)\} \times 8 = 48$$

線分 AC の中点を M とするとき、直線 BM は $\triangle ABC$ の面積を 2 等分する。

よって、直線 BM の式を求めればよい。

点 M の座標は $\left(\frac{2+10}{2}, \frac{8+0}{2}\right)$ すなわち (6, 4) であるから、求める直線の式を

$y = ax + b$ とおくと

$$\begin{cases} 0 = -2a + b \\ 4 = 6a + b \end{cases}$$

これを解いて $a = \frac{1}{2}$, $b = 1$

したがって、求める式は $y = \frac{1}{2}x + 1$

(3) 直線 AB の傾きは $\frac{0-12}{20-4} = -\frac{3}{4}$ であるから、直線 AB の式は $y = -\frac{3}{4}x + b$ と

表せる。

点 A は直線 AB 上にあるから、 $12 = -\frac{3}{4} \times 4 + b$ より $b = 15$

よって、直線 AB の式は

$$y = -\frac{3}{4}x + 15 \quad \dots\dots \textcircled{1}$$

直線 OA の式は $y = 3x$ であるから、点 P の座標は $(a, 3a)$

点 Q の y 座標は点 P の y 座標に等しく $3a$ であるから、点 Q の x 座標は $y = 3a$ を

① に代入して

$$3a = -\frac{3}{4}x + 15$$

$$3x = -12a + 60$$

$$x = -4a + 20$$

よって、点 Q の座標は $(-4a + 20, 3a)$

$$PR = 3a$$

$$SR = -4a + 20 - a = -5a + 20$$

$PR = SR$ より

$$3a = -5a + 20$$

$$8a = 20$$

よって $a = \frac{5}{2}$

したがって、点 S の x 座標は $-4 \times \frac{5}{2} + 20 = 10$

3

【解答】 (1) $(x+4)(x-4)$ (2) $(x-2)(x+12)$ (3) $2(x-4)(x+6)$ (4) $(3x+2)^2$
 (5) $x(x+4)(x-2)^2$ (6) $(x-2)^2(x+1)(x-5)$ (7) $(a-1)(a+4)(2b-c)$

【解説】

(1) $x(x+1)-(x+16)=x^2+x-x-16$
 $=x^2-16$
 $=(x+4)(x-4)$
 (2) $(x+2)(x-2)+10x-20=(x+2)(x-2)+10(x-2)$
 $=(x-2)\{(x+2)+10\}$
 $=(x-2)(x+12)$
 (3) $2x^2+4x-48=2(x^2+2x-24)$
 $=2(x-4)(x+6)$
 (4) $4x(2x+1)-(x-2)(2x+1)+(x+1)(3x+2)$
 $=(8x^2+4x)-(2x^2-3x-2)+(3x^2+5x+2)$
 $=9x^2+12x+4$
 $=(3x+2)^2$
 (5) $(x^2+2)^2-(4x-2)^2=\{(x^2+2)+(4x-2)\}\{(x^2+2)-(4x-2)\}$
 $=(x^2+4x)(x^2-4x+4)$
 $=x(x+4)(x-2)^2$
 (6) $x^2-4x=M$ とおくと
 $(x^2-4x)^2-(x^2-4x)-20=M^2-M-20$
 $=(M+4)(M-5)$
 $=(x^2-4x+4)(x^2-4x-5)$
 $=(x-2)^2(x+1)(x-5)$
 (7) $a^2(2b-c)+(c-2b)(4-3a)=a^2(2b-c)+(2b-c)(3a-4)$
 $=\{a^2+(3a-4)\}(2b-c)$
 $=(a^2+3a-4)(2b-c)$
 $=(a-1)(a+4)(2b-c)$

4

【解答】 (1) $3\sqrt{3}$ (2) $3-2\sqrt{2}$ (3) 7 (4) $3+2\sqrt{5}$ (5) $\frac{1}{5}$ (6) 3
 (7) $x=\pm\frac{\sqrt{7}}{4}$ (8) $x=\frac{-3\pm\sqrt{21}}{6}$ (9) $k=-3$, $x=-\frac{4}{3}$

【解説】

(1) $\sqrt{12}+\sqrt{75}-\sqrt{48}=2\sqrt{3}+5\sqrt{3}-4\sqrt{3}$
 $=(2+5-4)\sqrt{3}$

$$=3\sqrt{3}$$

$$\begin{aligned}(2) \quad (1-\sqrt{2})^2 &= 1^2 - 2 \times 1 \times \sqrt{2} + (\sqrt{2})^2 \\ &= 1 - 2\sqrt{2} + 2 \\ &= 3 - 2\sqrt{2}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}(3) \quad \sqrt{75} - \frac{3\sqrt{2}}{\sqrt{6}} + (2-\sqrt{3})^2 &= 5\sqrt{3} - \frac{\sqrt{18}}{\sqrt{6}} + (4-4\sqrt{3}+3) \\ &= 5\sqrt{3} - \sqrt{3} + 7 - 4\sqrt{3} \\ &= 7\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}(4) \quad (\sqrt{5} + \sqrt{3} + 1)(\sqrt{5} - \sqrt{3} + 1) &= \{(\sqrt{5} + 1) + \sqrt{3}\}\{(\sqrt{5} + 1) - \sqrt{3}\} \\ &= (\sqrt{5} + 1)^2 - (\sqrt{3})^2 \\ &= (5 + 2\sqrt{5} + 1) - 3 \\ &= 6 + 2\sqrt{5} - 3 \\ &= 3 + 2\sqrt{5}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}(5) \quad x^2 + 2xy + y^2 &= (x + y)^2 \\ x &= \frac{\sqrt{3} + \sqrt{5}}{10}, \quad y = \frac{\sqrt{5} - \sqrt{3}}{10} \text{ を代入して} \\ \left(\frac{\sqrt{3} + \sqrt{5}}{10} + \frac{\sqrt{5} - \sqrt{3}}{10}\right)^2 &= \left(\frac{\sqrt{5}}{5}\right)^2 \\ &= \frac{5}{25} \\ &= \frac{1}{5}\end{aligned}$$

$$(6) \quad 4 < 5 < 9 \text{ であるから } 2 < \sqrt{5} < 3$$

よって、 $\sqrt{5}$ の整数部分は 2 であるから、小数部分 a は

$$a = \sqrt{5} - 2$$

$$\begin{aligned}\text{よって } a^2 + 4a + 2 &= a(a + 4) + 2 \\ &= (\sqrt{5} - 2)(\sqrt{5} + 2) + 2 \\ &= (5 - 4) + 2 \\ &= 3\end{aligned}$$

$$(7) \quad \frac{4}{3}x^2 - \frac{7}{12} = 0$$

$$x^2 = \frac{7}{16}$$

$$x = \pm \sqrt{\frac{7}{16}}$$

$$\text{すなわち } x = \pm \frac{\sqrt{7}}{4}$$

(8) $3(x^2+2x)-3x=1$ を整理すると

$$3x^2+3x-1=0$$

$$\begin{aligned}\text{よって} \quad x &= \frac{-3 \pm \sqrt{3^2 - 4 \times 3 \times (-1)}}{2 \times 3} \\ &= \frac{-3 \pm \sqrt{21}}{6}\end{aligned}$$

(9) x の 2 次方程式 $2kx^2 - (k-1)x + k^2 + 7 = 0$ が 2 を解にもつから、方程式に $x=2$ を代入すると

$$2k \times 2^2 - (k-1) \times 2 + k^2 + 7 = 0$$

$$k^2 + 6k + 9 = 0$$

$$(k+3)^2 = 0$$

$$\text{よって} \quad k = -3$$

$k = -3$ より、2 次方程式は次のようになる。

$$2 \times (-3)x^2 - \{(-3) - 1\}x + (-3)^2 + 7 = 0$$

$$-6x^2 + 4x + 16 = 0$$

$$\text{すなわち} \quad 3x^2 - 2x - 8 = 0$$

$$(x-2)(3x+4) = 0$$

$$\text{よって} \quad x = 2, -\frac{4}{3}$$

$$\text{したがって、2 以外の解は} \quad x = -\frac{4}{3}$$

5

【解答】 (1) $\sqrt{2}$ (2) $\frac{15}{8}$ cm (3) $\angle x = 18^\circ$ (4) 48°

(5) $\angle x = 55^\circ$ (6) $x = 7$ (7) (シ) 7 (ス) 3 (セ) 4

【解説】

(1) $\triangle ABD$ と $\triangle CAD$ において

$$\angle ADB = \angle CDA = 90^\circ$$

$$\angle BAC \text{ について } \angle BAD + \angle CAD = 90^\circ$$

$$\triangle CAD \text{ において } \angle ACD + \angle CAD = 90^\circ$$

$$\text{よって } \angle BAD = \angle ACD$$

2組の角がそれぞれ等しいから

$$\triangle ABD \sim \triangle CAD$$

$$\text{したがって } AD : CD = BD : AD$$

$$AD : 2 = 1 : AD$$

$$AD^2 = 2$$

$$AD > 0 \text{ であるから } AD = \sqrt{2}$$

(2) $AB \parallel CD \parallel EF$ より

$$BE : EC = AB : CD = 3 : 5$$

$$\text{よって } EF : CD = BE : BC = 3 : (3 + 5)$$

$$CD = 5 \text{ cm より}$$

$$EF : 5 = 3 : 8$$

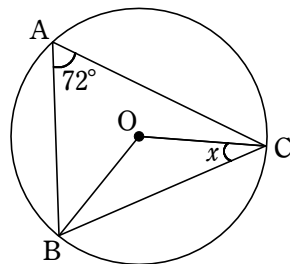
$$EF = \frac{15}{8} \text{ (cm)}$$

(3) 右の図において、円周角の定理により

$$\angle BOC = 72^\circ \times 2 = 144^\circ$$

$\triangle OBC$ は $OB = OC$ の二等辺三角形であるから

$$\angle x = (180^\circ - 144^\circ) \div 2 = 18^\circ$$



(4) 線分 BD は円の直径であるから

$$\angle BAD = 90^\circ$$

よって、 $\triangle ABD$ において

$$\angle ADB = 180^\circ - (24^\circ + 90^\circ) = 66^\circ$$

$\widehat{AB}$ に対する円周角について

$$\angle ACB = \angle ADB = 66^\circ$$

$\triangle ABC$ は $AB = AC$ の二等辺三角形であるから

$$\angle x = 180^\circ - 66^\circ \times 2 = 48^\circ$$

解説

- (5) 接弦定理により $\angle ACB = \angle BAD = 47^\circ$
 $\triangle ABC$ において $\angle x = 180^\circ - (78^\circ + 47^\circ) = 55^\circ$ 答
- (6) 方べきの定理により $PA \times PB = PC \times PD$
すなわち $3 \times (3 + 3) = 2 \times (2 + x)$
よって $x = 7$ 答
- (7) (証明) $\triangle ACG$ と $\triangle NMG$ において,
 $\triangle ABC$ で, 中点連結定理より,
 $MN \parallel AC$ ①
① より, 平行線の錯角は等しいから,
 $\angle ACG = \angle NMG$ ②
対頂角は等しいから,
 $\angle AGC = \angle NGM$ ③
②, ③ より, 2組の角がそれぞれ等しいから,
 $\triangle ACG \sim \triangle NMG$ である。(証明終)