

1 [2022 大阪公立大]

n を 2 以上の整数とする。1 から 6 までの目のある 1 個のさいころを n 回続けて投げるとき、 n 回目で初めて直前の回と同じ目が出る確率を P_n で表す。

- (1) P_n を n を用いて表せ。
- (2) $S_n = \sum_{k=2}^n P_k$ を n を用いて表せ。
- (3) $S_n \geq \frac{1}{2}$ となる最小の n を求めよ。
- (4) $E_n = \sum_{k=2}^n kP_k$ を n を用いて表せ。

2 [2022 神戸大]

a を正の実数、 $f(x) = \frac{1}{2}x^2 - a$ とする。 t を実数とすると、点 $P(t, f(t))$ における放物線 $y = f(x)$ の接線と原点の距離を $g(t)$ とする。 $g(t)$ の最小値とそのときの t の値を a を用いて表せ。

3 [1996 京都大]

- (1) $\cos 5\theta = f(\cos \theta)$ を満たす多項式 $f(x)$ を求めよ。
- (2) $\alpha = 18^\circ$ とするとき、 $\cos \alpha \cos 3\alpha \cos 7\alpha \cos 9\alpha = \frac{5}{16}$ を示せ。

4 [2022 大阪大]

正の実数 t に対し、座標平面上の 2 点 $P(0, t)$ と $Q\left(\frac{1}{t}, 0\right)$ を考える。 t が $1 \leq t \leq 2$ の範囲を動くとき、座標平面内で線分 PQ が通過する部分を図示せよ。