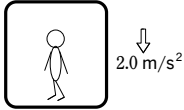


1 慣性力

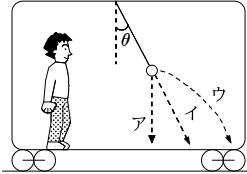
下向きの加速度 2.0 m/s^2 で下降中のエレベーターの中に質量 50 kg の人がある。人にはたらく慣性力の大きさ $f[\text{N}]$ と向きを求めよ。



2 慣性力

一定の大きさの加速度 a で進行中の電車の天井から質量 m のおもりを糸でつるした。電車内の人には、糸が鉛直方向から角度 θ 傾いて静止しているように見えた。重力加速度の大きさを g とする。

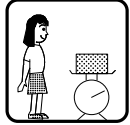
- (1) 電車の加速度の向きは右向きか左向きのどちらか。
- (2) $\tan \theta$ の値を求めよ。
- (3) 糸がおもりを引く力の大きさ S を求めよ。
- (4) 突然糸が切れた。電車内の人がおもりの運動を観察したとき、その経路はア〜ウのいずれか。



3 慣性力

エレベーターの床に台はかりを置いておもりをのせる。エレベーターが静止しているとき、目盛りは 49 N を示した。重力加速度の大きさを 9.8 m/s^2 とする。

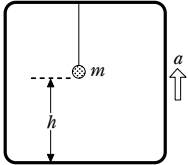
- (1) エレベーターが上向きに 1.2 m/s^2 の加速度で動いているとき、はかりの針は何 N を示すか。
- (2) はかりの針が 40 N を示しているとき、エレベーターはどんな運動をしているか。



4 慣性力

リフトの中に質量 m の小球が、天井から軽い糸でつるされている。このリフトを上向きの加速度 a で上昇させた。リフトの床から小球までの高さを h 、重力加速度の大きさを g とする。

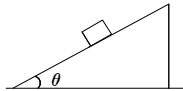
- (1) 糸が小球を引く力の大きさ S を、 m 、 g 、 a を用いて表せ。
- (2) 糸が突然切れたとする。糸が切れてから、小球がリフトの床に当たるまでの時間 t を、 g 、 a 、 h を用いて表せ。



5 慣性力

水平な面上に置かれた、傾斜 θ のなめらかな斜面上に小物体をのせ、斜面を一定の加速度で水平に運動させたところ、小物体は斜面に対して静止していた。重力加速度の大きさを g とする。

- (1) 斜面の加速度の大きさ a と向きを求めよ。
- (2) 斜面の加速度の大きさを (1) の 2 倍の $2a$ としたところ、小物体は斜面にそって上昇した。斜面から見た、小物体の加速度の大きさ α を求めよ。

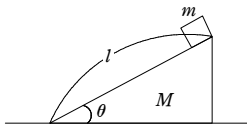


6 慣性力

図のように、なめらかな水平面上に、傾角 θ の斜面をもつ台 (質量 M) がある。斜面はなめらかであるとし、重力加速度の大きさを g とする。台の上端に質量 m の小物体を静かにのせたところ、台は回転せずに水平方向にすべりだした。このときの台の加速度の大きさを A として、次の問いに答えよ。

- (1) 小物体が斜面から受ける垂直抗力の大きさ N を m 、 g 、 θ 、 A で表せ。
- (2) 台に固定された座標系から観測した小物体の加速度の大きさ a を g 、 θ 、 A で表せ。
- (3) 台についての水平方向の運動方程式を用いて、 A を θ 、 M 、 N で表せ。
- (4) (1)、(3) の結果を用いて、 A を m 、 g 、 θ 、 M で表せ。
- (5) 小物体がこの斜面を距離 l だけすべり下りる間に、台が移動した距離 L を、 M 、 m 、 g 、 l 、 θ の中から必要な文字を用いて表せ。

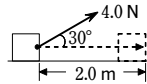
ヒンロ (2) 台に固定された座標系での運動方程式を考える。



7 仕事

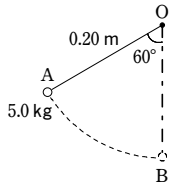
なめらかで水平な床上の重さ 10 N の物体に、水平から 30° 上向きに 4.0 N の力を加え続けて、床にそって 2.0 m 動かした。このとき、次の各力が物体にした仕事はそれぞれ何 J か。

- (1) 加えた力 (2) 重力 (3) 床が及ぼす垂直抗力



8 仕事

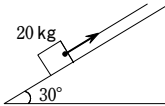
長さ 0.20 m の軽い糸に質量 5.0 kg のおもりをつけた振り子がある。図のように、糸が鉛直線と 60° の角をなす位置 A からおもりを静かにはなした。重力加速度の大きさを 9.8 m/s^2 とする。おもりが A から B まで移動する間に、糸が引く力がおもりにする仕事 $W_1[\text{J}]$ 、重力がおもりにする仕事 $W_2[\text{J}]$ をそれぞれ求めよ。



9 仕事の原理

水平面と 30° の角をなすなめらかな斜面にそって質量 20 kg の物体をゆっくり引き上げる。重力加速度の大きさを 9.8 m/s^2 とする。

- (1) 引き上げるために必要な力 $F[\text{N}]$ を求めよ。
- (2) 斜面にそって 10 m 引き上げるのに必要な仕事 $W[\text{J}]$ を求めよ。
- (3) この物体を同じ高さまで斜面を利用せず、鉛直上方に引き上げるのに必要な仕事 $W'[\text{J}]$ を求めよ。
- (4) 斜面と物体との間に摩擦があり、動摩擦力が 22 N であった。斜面にそって 10 m 引き上げるのに必要な仕事 $W''[\text{J}]$ を求めよ。



10 仕事率

1.0 分間に 300 J の仕事をするときの仕事率 P は何 W か。

11 仕事率

300 W の仕事率で 5.0 時間にする仕事の量は何 kWh か。また、それは何 J か。

12 仕事率

リフトが質量 $2.0 \times 10^3 \text{ kg}$ の荷物を、一定の速さで 4.0 秒かけて 3.0 m の高さまで持ち上げた。このリフトの仕事率 P は何 W か。重力加速度の大きさを 9.8 m/s^2 とする。

13 仕事率

次の文の を正しく埋めよ。

質量 $1.0 \times 10^3 \text{ kg}$ の車が $2.0 \times 10^2 \text{ N}$ の推進力で、水平な直線道路を一定の速さ 20 m/s で走行している。このとき車の受ける抵抗力の大きさは N で、エンジンの仕事率は kW である。

14 運動エネルギー

5.0 m/s の速さで進んでいる質量 2.0 kg の物体がもつ運動エネルギー K は何 J か。

15 重力による位置エネルギー

地上 25 m の所にある質量 2.0 kg の物体がもつ重力による位置エネルギー U は何 J か。位置エネルギーの基準を地面にとり、重力加速度の大きさを 9.8 m/s^2 とする。

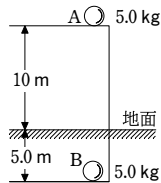
16 ばねのもつ弾性エネルギー

ばね定数 20 N/m のつる巻きばねを 0.30 m 引き伸ばしたとき、ばねのもつ弾性エネルギー U は何 J か。

17 重力による位置エネルギー

質量 5.0 kg の物体 A が高さ 10 m の建物の屋上にあり、同じ質量の物体 B が地下 5.0 m の地下室の床上にある。次の各場合について、物体 A と物体 B の重力による位置エネルギー $U_A[\text{J}]$ 、 $U_B[\text{J}]$ とその差 $\Delta U[\text{J}]$ を求めよ。重力加速度の大きさを 9.8 m/s^2 とする。

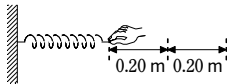
- (1) 地面を基準としたとき
- (2) 地下室の床を基準としたとき



18 弾性エネルギー

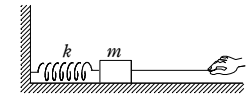
ばね定数 10 N/m のつる巻きばねについて次の問いに答えよ。

- (1) このばねを自然の長さから 0.20 m 引き伸ばしたとき、はねのもつ弾性エネルギー $U_1[\text{J}]$ を求めよ。
- (2) このばねを、さらに 0.20 m 引き伸ばしたとき、ばねのもつ弾性エネルギー $U_2[\text{J}]$ を求めよ。また、このとき、ばねを 0.20 m 引き伸ばすのに要した仕事 $W[\text{J}]$ を求めよ。



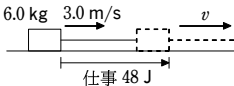
[19]仕事

あらい水平面上に質量 m の物体を置き、壁との間をばね定数 k のばねでつないだ。ばねが自然の長さの状態から、手で水平に物体に力を加え、ばねの伸びが x になるまでゆっくりと引き伸ばした。手によってなされた仕事 W はいくらか。面と物体の間の動摩擦係数を μ' 、重力加速度の大きさを g とする。



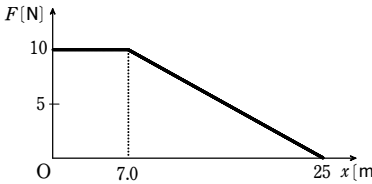
[20]仕事と運動エネルギー

3.0 m/s の速さで等速直線運動をしている質量 6.0 kg の物体に、48 J の正の仕事を加えると、物体の速さ v は何 m/s になるか。



[21]仕事と運動エネルギー

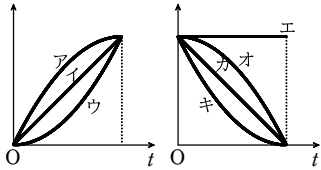
質量 5.0 kg の物体に水平方向の力を加えて、力の向きに直線運動を行わせた。物体の移動距離 x [m] と力の大きさ F [N] との関係は、図のグラフで表される。 $x=0$ m における物体の速さは 6.0 m/s であった。



- (1) $x=0$ m から $x=7.0$ m までの間に、力が物体にした仕事 W_1 [J] を求めよ。
- (2) $x=7.0$ m における物体の速さ v_1 [m/s] を求めよ。
- (3) $x=7.0$ m から $x=25$ m までの間に、力が物体にした仕事 W_2 [J] を求めよ。
- (4) $x=25$ m における物体の速さ v_2 [m/s] を求めよ。

[22]自由落下とエネルギー

地上 h の高さにある物体が、時刻 $t=0$ から自由落下するとき、次の各エネルギーは時間 t とともにどのように変化するか。右のア～キのグラフのうちから 1 つずつ選べ。

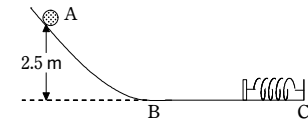


- (1) 運動エネルギー K
- (2) 重力による位置エネルギー U (地面基準)
- (3) 力学的エネルギー E

[23]力学的エネルギーの保存

ともになめらかな、斜面 AB と水平面 BC がつながっており、点 C にばね定数 50 N/m の長いばねがつけてある。

水平面 BC から 2.5 m の高さの点 A に質量 2.0 kg の物体を置き、静かにすべり落とした。ただし、重力加速度の大きさを 9.8 m/s^2 とし、水平面 BC を高さの基準にとる。

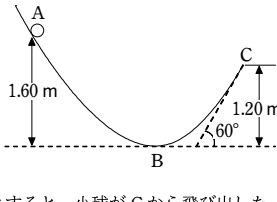


- (1) 点 A での物体の力学的エネルギーは何 J か。

- (2) 水平面 BC に達したときの物体の速さ v は何 m/s か。
- (3) 物体がばねに当たって、ばねを押し縮めていったとき、ばねの最大の縮み x は何 m になるか。

[24]力学的エネルギーの保存

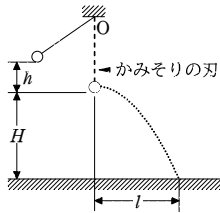
図のような、表面のなめらかな曲面の最下点 B からの高さ 1.60 m の点 A から、初速度 0 で小球をすべらせる。重力加速度の大きさを 9.8 m/s^2 とする。



- (1) 小球が B を通る瞬間の速さは何 m/s か。
- (2) 小球は B からの高さ 1.20 m の点 C から飛び出す。C から飛び出す瞬間の速さは何 m/s か。
- (3) C における接線が水平面となす角が 60° であるとする、小球が C から飛び出した後の軌道の最高点は B から何 m の高さのところか。

[25]力学的エネルギーの保存

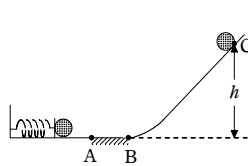
軽くて伸びない糸の一端を天井の点 O に固定し、他端に小球をつけて、糸がたるまないように小球を最下点から h だけ持ち上げて静かにはなす。小球が最下点を通る直前、糸がかみそりの刃に触れて切れ、小球は水平方向に飛び出して H だけ下方の床に落ちる。重力加速度の大きさを g とする。



- (1) 小球が水平方向に飛び出す瞬間の速さ v_0 を求めよ。
- (2) O と小球の落下点との間の水平距離 l を h , H で表せ。
- (3) 床に達する直前の小球の速さ v を求めよ。

[26]保存力以外の力の仕事

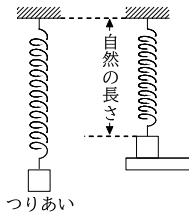
図のように床と斜面がつながれている。床の AB 間はあらいが、他はなめらかである。床の一部分にばね定数 k のばねをつけ、一端に質量 m の物体を押しあてて、ばねを l 縮めた。AB 間の物体と床との間の動摩擦係数を μ' 、距離を S 、重力加速度の大きさを g とする。



- (1) ばねを解放したとき、物体が点 A に達する直前の速さ v_A を求めよ。
- (2) 物体は点 B を通過後、斜面を上り、最高点 C に達した。C の床からの高さ h を求めよ。
- (3) もどってきた物体がばねを縮めた。ばねの最大の縮み x を求めよ。

[27]力学的エネルギーの保存

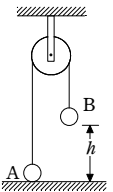
ばね定数 k [N/m] の軽い巻きの一端を固定し、他端に質量 m [kg] のおもりをつるして、おもりを下から手で持った台で、ばねが自然の長さになるように支える。重力加速度の大きさを g [m/s²] とする。



- (1) 台をゆっくりおろしていくとき、 x [m] だけ下がった位置で台がおもりを支える力の大きさ F [N] を求めよ。
- (2) おもりが台から離れるときのばねの伸び x_1 [m] を求めよ。
- (3) はじめの状態で台を急に取り去った場合、最下点でのばねの伸び x_2 [m] を求めよ。
- (4) おもりの最下点について、 x_1 と x_2 の差が生じた理由を述べよ。

[28]力学的エネルギーの保存

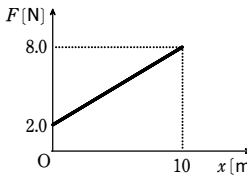
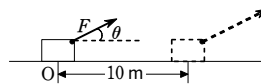
定滑車に糸をかけ、両端に質量 m および M ($M > m$) の小球 A、B を取り付けた。A は水平な床に接し、B は床から h の高さに保持されて糸はたるみのない状態になっている。いま、B を静かにはなすと B は下降を始めた。重力加速度の大きさを g とする。



- (1) B が下り始めて床と衝突する直前までの間に、A と B の位置エネルギーの和はいくら減少するか。
- (2) B が床に衝突する直前の A、B の速さ v はいくらか。
- (3) B が床に衝突した後、A が達する最高点の床からの高さ H はいくらか。

[29]仕事と運動エネルギー

質量 2.0 kg の物体が、なめらかな水平面の x 軸上の原点 O を速さ 3.0 m/s で通過した瞬間から、速度の方向を含む鉛直面内で一定の角 θ だけ上向きに力 F [N] を加えた。力 F の大きさは移動とともに右のグラフのように変化する。また、 $\cos \theta = 0.80$ とする。



- (1) 力 F が物体にした仕事 W は何 J か。
- (2) 物体が $x=10$ m の点を通過する瞬間の速さ v は何 m/s か。

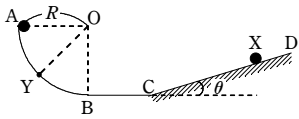
30 保存力以外の力の仕事

半径 R の円弧状のなめらかな曲面 AB がある。円弧の上端 A と円弧の中心 O の高さは等しく、円弧の最下点 B と O を通る線は鉛直である。その右側にはなめらかな水平面 BC と傾角 θ のあらい斜面 CD がある。いま、円弧の上端 A から質量 m の小物体を静かにはなしたら、円弧にそってすべり降り、さらに斜面 CD にそってのぼり始めたが、点 C からある距離を進んだ点 X で速度がいったん 0 になった。その直後に逆もどりをして、円弧面のある高さの点 Y に達したところで再び速度が 0 になった。小物体と斜面との間の動摩擦係数を μ' 、重力加速度の大きさを g とする。

(1) 小物体が最初に円弧の最下点 B を通過するときの速さ v はいくらか。

(2) CX 間の距離 d はいくらか。

(3) 小物体が逆もどりをして円弧面をのぼったときの最高点 Y の高さ H は、点 B を基準にしていくらか。

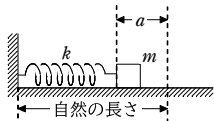


31 保存力以外の力の仕事

水平面上にばね定数 k のばねを置き、一端は固定し、他端は自由にしてある。このばねに質量 m の物体を押しつけ、ばねを a だけ縮めてはなすと、ばねが自然の長さになった位置で物体はばねから離れた。重力加速度の大きさを g とする。

(1) 面がなめらかな場合、ばねから離れた後の物体の速さ v_1 はいくらか。

(2) 面があらい場合、面と物体との動摩擦係数を μ' とすると、ばねから離れた直後の物体の速さ v_2 はいくらか。

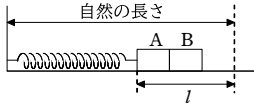


32 力学的エネルギーの保存

ばね定数 k の軽い巻きのばねの一端を壁に固定し、他端に質量 M の物体 A を取りつけて、なめらかな水平面上に置く。このとき、ばねの中心軸は水平である。図のように、質量 m の物体 B を A に接触させて置き、 B を押して、ばねを自然の長さから l だけ縮めてはなすと、ばねが自然の長さになった所で B は A から離れる。

(1) A から離れたときの B の速さ v を求めよ。

(2) ばねの伸びの最大値 x を求めよ。



33 斜面上のばね振り子の運動

上端を固定したばねで物体が斜面に接してつり下げられている。物体の質量を m 、斜面の傾角を θ 、ばね定数を k 、重力加速度の大きさを g とする。

[A] 斜面がなめらかな場合について、次の (1) ~ (3) に答えよ。

(1) 物体が静止しているときのばねの伸び x_1 を求めよ。

(2) ばねが自然の長さの状態で物体をはなした場合、ばねの伸びが (1) の x_1 になるときの物体の速さ v_1 を求めよ。

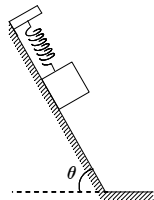
(3) 前問 (2) の場合、物体が最下点に到達したときのばねの伸び x_2 を求めよ。

[B] 次に、物体と斜面の間に摩擦がある場合について、次の (4) ~ (6) に答えよ。ただし、静止摩擦係数を μ 、動摩擦係数を μ' 、 $\mu' < \mu < \tan \theta$ とする。

(4) 斜面にそって物体を手で動かし、静かに手をはなすとき、物体がすべらずに静止するかどうかを調べたところ、ばねの伸びが最小値 x_3 と最大値 x_4 の範囲にあるとき、物体を静止させることができた。 x_3 と x_4 を求めよ。

(5) ばねが自然の長さの状態で物体をはなした場合、物体が最下点に到達したときのばねの伸び x_5 を求めよ。

(6) 物体が最下点に到達した後、再び斜面を上昇するか、静止するかは、静止摩擦係数や動摩擦係数などの条件による。物体が再び上昇する条件を θ 、 μ 、 μ' を用いて表せ。



34 棒をすべるリングの運動

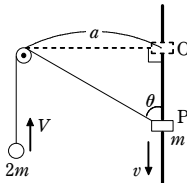
質量 m のリングと質量 $2m$ のおもりを糸でつないで、図のように糸を滑車にかけ、リングを鉛直な棒に通す。重力加速度の大きさを g とし、糸と滑車との間、リングと棒との摩擦を無視する。糸が棒となす角を θ 、滑車と棒の間の距離を a とする。

(1) つりあいの位置は θ の値がどれだけのところか。

(2) リングを O から静かにはなすとき、図の位置 P を通る瞬間のリングの速さを v とすると、その瞬間のおもりの速さ V はどのように表されるか。

(3) 糸の長さを l として、リングが P を通る瞬間の速さ v を用いて、力学的エネルギーの保存を表す式をつくれ。

(4) つりあいの位置を通過する瞬間のリングの速さ v_0 を求めよ。



1

【解答】 上向き、 $1.0\times 10^2\text{ N}$

2

【解答】 (1) 左向き (2) $\frac{a}{g}$ (3) $m\sqrt{g^2+a^2}$ (4) イ

3

【解答】 (1) 55 N (2) 下向きの加速度 1.8 m/s^2 の運動

4

【解答】 (1) $m(g+a)$ (2) $\sqrt{\frac{2h}{g+a}}$

5

【解答】 (1) $g\tan\theta$ ，左向き (2) $g\sin\theta$

6

【解答】 (1) $m(g\cos\theta - A\sin\theta)$ (2) $g\sin\theta + A\cos\theta$ (3) $\frac{N\sin\theta}{M}$
(4) $\frac{mg\cos\theta\sin\theta}{M+m\sin^2\theta}$ (5) $\frac{m\cos\theta}{M+m}l$

7

【解答】 (1) 6.9 J (2) 0 J (3) 0 J

8

【解答】 $W_1=0\text{ J}$ ， $W_2=4.9\text{ J}$

9

【解答】 (1) 98 N (2) $9.8\times 10^2\text{ J}$ (3) $9.8\times 10^2\text{ J}$ (4) $1.2\times 10^3\text{ J}$

10

【解答】 5.0 W

11

【解答】 1.5 kWh ， $5.4\times 10^6\text{ J}$

12

【解答】 $1.5\times 10^4\text{ W}$

13

【解答】 (ア) $2.0\times 10^2\text{ N}$ (イ) 4.0 kW

14

【解答】 25 J

15

【解答】 $4.9\times 10^2\text{ J}$

16

【解答】 0.90 J

17

【解答】 (1) $U_A:4.9\times 10^2\text{ J}$ ， $U_B:-2.5\times 10^2\text{ J}$ ， $\Delta U:7.4\times 10^2\text{ J}$

(2) $U_A:7.4\times 10^2\text{ J}$ ， $U_B:0\text{ J}$ ， $\Delta U:7.4\times 10^2\text{ J}$

18

【解答】 (1) 0.20 J (2) $U_2=0.80\text{ J}$ ， $W=0.60\text{ J}$

19

【解答】 $\frac{1}{2}kx^2+\mu'mgx$

20

【解答】 5.0 m/s

21

【解答】 (1) 70 J (2) 8.0 m/s (3) 90 J (4) 10 m/s

22

【解答】 (1) ウ (2) オ (3) エ

23

【解答】 (1) 49 J (2) 7.0 m/s (3) 1.4 m

24

【解答】 (1) 5.6 m/s (2) 2.8 m/s (3) 1.50 m

25

【解答】 (1) $\sqrt{2gh}$ (2) $2\sqrt{hH}$ (3) $\sqrt{2g(h+H)}$

26

【解答】 (1) $l\sqrt{\frac{k}{m}}$ (2) $\frac{kl^2}{2mg}-\mu'S$ (3) $\sqrt{l^2-\frac{4\mu'mgS}{k}}$

27

【解答】 (1) $mg-kx\text{ [N]}$ (2) $\frac{mg}{k}\text{ [m]}$ (3) $\frac{2mg}{k}\text{ [m]}$

(4) 台をゆっくりおろしていく場合は、おもりを支える力によって負の仕事をされ力学的エネルギーが減少するが、台を急に取り去った場合は力学的エネルギーが保存されるため。

28

【解答】 (1) $(M-m)gh$ (2) $\sqrt{\frac{2(M-m)gh}{M+m}}$ (3) $\frac{2M}{M+m}h$

29

【解答】 (1) 40 J (2) 7.0 m/s

30

【解答】 (1) $\sqrt{2gR}$ (2) $\frac{R}{\sin\theta+\mu'\cos\theta}$ (3) $\frac{\sin\theta-\mu'\cos\theta}{\sin\theta+\mu'\cos\theta}R$

31

【解答】 (1) $\sqrt{\frac{k}{m}}a$ (2) $\sqrt{\frac{k}{m}a^2-2\mu'ga}$

32

【解答】 (1) $l\sqrt{\frac{k}{M+m}}$ (2) $l\sqrt{\frac{M}{M+m}}$

33

【解答】 [A] (1) $\frac{mg}{k}\sin\theta$ (2) $\sqrt{\frac{m}{k}}g\sin\theta$ (3) $\frac{2mg}{k}\sin\theta$

[B] (4) $x_3:\frac{mg}{k}(\sin\theta-\mu\cos\theta)$ ， $x_4:\frac{mg}{k}(\sin\theta+\mu\cos\theta)$

(5) $\frac{2mg}{k}(\sin\theta-\mu'\cos\theta)$ (6) $\tan\theta>\mu+2\mu'$

34

【解答】 (1) 60° (2) $v\cos\theta$

(3) $0=\frac{1}{2}mv^2+\frac{1}{2}\cdot 2m(v\cos\theta)^2+mg\left(-\frac{a}{\tan\theta}\right)+2mg\left(\frac{a}{\sin\theta}-a\right)$

(4) $\sqrt{\frac{4(2-\sqrt{3})ga}{3}}$

1

慣性力は加速度の向きと反対向きであるから、慣性力の向きは上向き。

$f=ma=50\times 2.0=\mathbf{1.0\times 10^2\text{ N}}$

2

【指針】 電車に乗った観測者から見ると、おもりには慣性力がはたらいているように見える。その向きは、電車の加速度の向きと反対である。

【解説】 (1) 糸の傾きより慣性力の向きは右向き

である。

よって、加速度の向きは左向き。

(2) 電車内の人から見ると、重力、糸が引く力、慣性力の3力がつりあっているように見える。力のつりあいより

水平方向： $S\sin\theta-ma=0$ ……①

鉛直方向： $S\cos\theta-mg=0$ ……②

①、②式より $\tan\theta=\frac{\sin\theta}{\cos\theta}=\frac{a}{g}$

(3) 糸が引く力の大きさ S は三平方の定理より

$S=\sqrt{(mg)^2+(ma)^2}=\mathbf{m\sqrt{g^2+a^2}}$

(4) 電車内の人から見ると、おもりは重力と慣性力を受けて運動するように見える。したがって、それらの合力の向きに、等加速度直線運動を行う。よって イ

3

【指針】 エレベーター内の人から見て、おもりにはたらく重力、はかりからの垂直抗力、観測者が見るみかけの力、すなわち慣性力、の3力がつりあっている。

【解説】 (1) おもりの質量を $m\text{ [kg]}$ とすると

$mg=49$ よって $m=5.0\text{ kg}$

エレベーターが上向きの加速度 $a\text{ [m/s}^2\text{]}$ で動いているとき、はかりが及ぼす垂直抗力を $N\text{ [N]}$ とすると、力のつりあいより

$N=mg+ma^{[1]}$

よって $N=5.0\times (9.8+1.2)=55\text{ N}$

はかりの針が示す値は N と等しい。よって $\mathbf{55\text{ N}}$

(2) (1)のつりあいの式より

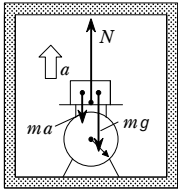
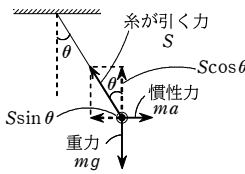
$a=\frac{N}{m}-g=\frac{40}{5.0}-9.8=-1.8$

下向きの加速度 $\mathbf{1.8\text{ m/s}^2}$ の運動

←[1] 【別解】 地上で静止した観測者から見ると、おもりは上向きの加速度 a で運動している。おもりの運動方程式は $ma=N-mg$

4

【指針】 リフト内の観測者から見ると、小球には下向きの慣性力がはたらくようにみえる。(1)では、小球にはたらく重力、糸が引く力、慣性力がつりあっている。



(2)では、重力と慣性力の合力により、小球は等加速度直線運動を行う。

解説 (1) リフト内の観測者から見ると、小球にはたらく力は、重力、糸が引く力、慣性力である。
力のつりあいより

$$S - mg - ma = 0 \quad \text{よって} \quad S = m(g + a)^{[1]*}$$

(2) リフト内の観測者から見ると、糸が切れてからは、重力と慣性力のみが小球にはたらく。
これら2力の合力によって初速度0の等加速度直線運動を行う。リフト内の観測者から見た小球の加速度を α とおくと、小球の運動方程式「 $ma = F$ 」は^{[2]*}

$$m\alpha = mg + ma \quad \text{よって} \quad \alpha = g + a$$

したがって、小球が床に当たるまでの時間 t は、等加速度直線運動の式「 $x = v_0 t + \frac{1}{2}at^2$ 」より

$$h = 0 + \frac{1}{2}(g + a)t^2 \quad \text{よって} \quad t = \sqrt{\frac{2h}{g + a}}$$

←[1] **別解** 地上で静止した観測者から見ると、小球は上向きの加速度 a で運動している。小球の運動方程式は

$$ma = S - mg \quad \text{よって} \quad S = m(g + a)$$

←[2] **図** リフト内の観測者の立場(非慣性系)では、運動方程式は成り立たないが、みかけの力である慣性力を考えることによって、慣性系の場合と同じように、運動方程式を立てることができる。

5

指針 (1) 加速度運動する斜面とともに運動する観測者から見ると、斜面上で物体が静止しているので、物体にはたらく重力、斜面からの垂直抗力、慣性力の3力がつりあっている。一方、床に静止している観測者から見ると重力、垂直抗力の合力が加速度を生じさせているので、小物体は左方へ加速度運動している。

(2) 斜面の加速度を2倍にすると、力のつりあいは成り立たなくなる。この場合、慣性力も含めた運動方程式を立てる。

解説 (1) 斜面とともに運動する観測者の視点で考える。
物体(質量を m とする)が静止するには、右向きに慣性力がはたらけばよい。よって斜面の加速度の向きは左向き。
物体はつりあいの状態なので、力を鉛直方向と水平方向に分解して

鉛直方向: $N \cos \theta = mg$
水平方向: $N \sin \theta = ma$

よって上の2式より $\tan \theta^{[1]*} = \frac{ma}{mg}$ ゆえに $a = g \tan \theta$

別解 床に静止している観測者の視点で考えると、物体は左方へ加速度運動をしている。鉛直方向は力のつりあいの式、水平方向は運動方程式を立てる。

鉛直方向: $N \cos \theta = mg$
水平方向: $ma = N \sin \theta$
よって、上の2式より $a = g \tan \theta$
視点を変えても同じ結果が得られる。

(2) 斜面の加速度を2倍にすると、慣性力も2倍になる。慣性力も含めた力を図示し、斜面とともに運動する観測者の視点で、斜面にそって上向きを正として運動方程式を立てると

$$ma = 2m a \cos \theta - mg \sin \theta$$

(1)の結果を代入して

$$m\alpha = 2mg \tan \theta \cdot \cos \theta - mg \sin \theta^{[2]*}$$
$$= 2mg \sin \theta - mg \sin \theta$$
$$= mg \sin \theta$$

よって $\alpha = g \sin \theta$

←[1] $\sin \theta$ を含む式の各辺を $\cos \theta$ を含む式で割り

$$\tan \theta = \frac{\sin \theta}{\cos \theta}$$

を利用する。

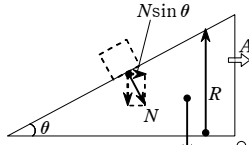
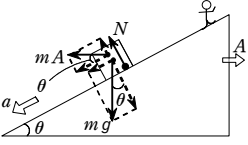
←[2] $\tan \theta \cdot \cos \theta = \frac{\sin \theta}{\cos \theta} \cdot \cos \theta = \sin \theta$

6

指針 (1), (2) 台上から見ると、小物体には慣性力がはたらき、斜面方向にのみ運動しているとみなせる。

(5) 小物体が距離 l だけすべる間、台は大きさ A の加速度で等加速度直線運動する。

解説 小物体の運動は台上で観測することとし、慣性力を加える。台の運動は水平面から観測するから、実際にはたらく力だけで考える。小物体および台にはたらく力を図示すると、下図ようになる。



(1) 台上から見て、小物体の斜面に垂直な方向の力のつりあいは

$$N + m A \sin \theta - mg \cos \theta = 0 \quad \text{よって} \quad N = m(g \cos \theta - A \sin \theta)$$

(2) 台上から見て、小物体の斜面方向の運動方程式は

$$ma = m A \cos \theta + mg \sin \theta \quad \text{よって} \quad a = g \sin \theta + A \cos \theta$$

(3) 水平面から台の運動を調べると、台には重力 Mg 、水平面からの垂直抗力 R 、そして小物体からの垂直抗力 N がはたらく。台の水平方向の運動方程式は右向きを正として

$$MA = N \sin \theta \quad \text{よって} \quad A = \frac{N \sin \theta}{M}$$

(4) (1)の N を(3)の運動方程式に代入して

$$MA = m(g \cos \theta - A \sin \theta) \sin \theta$$
$$(M + m \sin^2 \theta)A = mg \cos \theta \sin \theta \quad \text{よって} \quad A = \frac{mg \cos \theta \sin \theta}{M + m \sin^2 \theta}^{[1]*}$$

(5) 小物体が距離 l だけすべる時間 t に、台も加速度 A で運動するから

$$l = \frac{1}{2}at^2 \quad L = \frac{1}{2}At^2$$

よって $L = \frac{1}{2}A \cdot \frac{2l}{a} = \frac{A}{a}l = \frac{Al}{g \sin \theta + A \cos \theta}$

A を代入して整理すると

$$L = \frac{l}{\frac{g \sin \theta}{A} + \cos \theta}^{[2]*} = \frac{l}{\frac{M + m \sin^2 \theta}{m \cos \theta} + \cos \theta} = \frac{m \cos \theta}{M + m} l^{[3]*}$$

←[1] **図** N は A を含むので、(1)の N を(3)の A の式に代入するだけではない。
 A について解く必要がある。

←[2] A の式は複雑なので、分母と分子を A でわり、代入する箇所を少なくするとよい。

←[3] $\sin^2 \theta + \cos^2 \theta = 1$ を用いた。

7

指針 力の向きと物体の動く向きが異なる場合の仕事を求めるには、「 $W = Fx \cos \theta$ 」を用いる。

解説 加えた力、重力、垂直抗力(大きさ N)のした仕事をそれぞれ W_1, W_2, W_3 [J]とすると、
「 $W = Fx \cos \theta$ 」より

(1) $W_1 = 4.0 \times 2.0 \times \cos 30^\circ$

$$= 4.0 \times 2.0 \times \frac{\sqrt{3}}{2} = 4.0 \times 2.0 \times \frac{1.73}{2}$$
$$= 6.92 \approx \mathbf{6.9 \text{ J}}$$

別解 加える力を水平方向と垂直方向の成分に分解する。垂直方向には物体は移動しないから、水平方向の分力だけ考えればよい。水平方向の分力の大きさを F_x とすると、直角三角形の辺の長さの比より

$$F_x : 4.0 = \sqrt{3} : 2 \quad \text{よって} \quad F_x = 4.0 \times \frac{\sqrt{3}}{2} \text{ N}$$

ゆえに $W_1 = F_x \times x = 2.0 \times 1.73 \times 2.0 \approx \mathbf{6.9 \text{ J}}$

(2) $W_2 = 10 \times 2.0 \times \cos 90^\circ = \mathbf{0 \text{ J}}^{[1]*}$

(3) $W_3 = N \times 2.0 \times \cos 90^\circ = \mathbf{0 \text{ J}}^{[1]*}$

←[1] $\cos 90^\circ = 0$
力と移動方向が垂直な場合、仕事は0である。

8

指針 おもりにはたらく力は糸が引く力と重力である。おもりの動く向きと反対向きにはたらく力は負の仕事をし、おもりの動く向きに垂直にはたらく力は仕事をしない。

解説 糸が引く力はおもりの運動の向きに垂直にはたらくので仕事をしない。

$$W_1 = \mathbf{0 \text{ J}}$$

AとBでの位置エネルギーの差が、重力がする仕事に相当するので

「 $U = mgh$ 」より

$$W_2 = 5.0 \times 9.8 \times 0.10 - 0 = \mathbf{4.9 \text{ J}}$$

[9]

指針 物体を「ゆっくり」引き上げるので、力のつりあい成りたっていると考えてよい。斜面を使うと物体を引き上げる力は小さくなるが、引き上げる距離が長くなる。そのため、同じ高さまで鉛直上方に引き上げる場合と、仕事は等しくなる。

解説 (1) 物体を引き上げる力は重力の斜面にそった成分とつりあっている(図 a)^{[1]←}。
よって $F=20\times 9.8\times \sin 30^\circ$
 $=20\times 9.8\times \frac{1}{2}=\mathbf{98\text{ N}}$

(2) 斜面にそって引く力は 98 N なので、仕事の式「 $W=Fx$ 」より

$$W=98\times 10=980=\mathbf{9.8\times 10^2\text{ J}}$$

(3) 斜面にそって 10 m 引き上げたときの高さ h (m) は、図 b より

$$h=10\times \sin 30^\circ=5.0\text{ m}^{[2]←}$$

物体を鉛直上向きに引き上げるために必要な力は重力とつりあっているので $20\times 9.8\text{ N}$ となる。

仕事の式「 $W=Fx$ 」より

$$W'=(20\times 9.8)\times 5.0=980=\mathbf{9.8\times 10^2\text{ J}}^{[3]←}$$

(4) 物体を引き上げる力 F' (N) は、重力の斜面にそった成分と動摩擦力の合力とつりあう(図 c)。

よって

$$F'=98+22$$

また、仕事の式「 $W=Fx$ 」より

$$W''=(98+22)\times 10=1200=\mathbf{1.2\times 10^3\text{ J}}$$

←[1] 「ゆっくり」引き上げるとは、力のつりあいを保ちながら引き上げることである。

←[2] 直角三角形の辺の長さの比より $h:10=1:2$

$$h=10\times \frac{1}{2}=5.0\text{ m}$$

としてもよい。

←[3] 斜面を用いると、引く力を小さくすることはできるが、仕事を減らすことはできない(仕事の原理)。

[10]

1.0 分は 60 秒であるから、仕事率の式「 $P=\frac{W}{t}$ 」より

$$P=\frac{300}{60}=\mathbf{5.0\text{ W}}$$

[11]

指針 1 kWh とは、1 kW の仕事率で 1 時間にする仕事のこと。仕事率の式「 $P=\frac{W}{t}$ 」を変形した $W=Pt$ を用いる。

解説 仕事率 $P=300\text{ W}=0.30\text{ kW}$ より、仕事量を W (kWh) とすると

$$W=0.30\times 5.0=\mathbf{1.5\text{ kWh}}$$

また、 $1\text{ kWh}=3.6\times 10^6\text{ J}$ より^{[1]←}

$$W=1.5\times (3.6\times 10^6)\text{ J}=\mathbf{5.4\times 10^6\text{ J}}^{[2]←}$$

←[1] $1\text{ kWh}=1\text{ kW}\times 1\text{ h}=1000\text{ W}\times 3600\text{ s}=3.6\times 10^6\text{ J}$

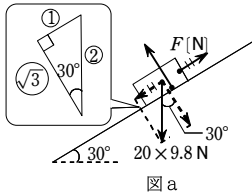


図 a

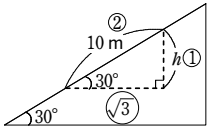


図 b

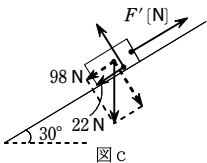


図 c

←[2] **別解** $W=300\text{ W}\times (5.0\times 60\times 60)\text{ s}=\mathbf{5.4\times 10^6\text{ J}}$

[12]

指針 リフトがした仕事 W を求めて、仕事率の式「 $P=\frac{W}{t}$ 」に代入する。

解説 荷物を持ち上げる力の大きさ F (N) は、図より $F=2.0\times 10^3\times 9.8\text{ N}$ であるから、「 $W=Fx$ 」よりリフトがした仕事 W (J) は

$$W=(2.0\times 10^3\times 9.8)\times 3.0\text{ J}$$

よって、仕事率の式「 $P=\frac{W}{t}$ 」より

$$P=\frac{(2.0\times 10^3\times 9.8)\times 3.0}{4.0}=14.7\times 10^3=1.47\times 10^4\approx \mathbf{1.5\times 10^4\text{ W}}$$

[13]

指針 車は等速直線運動をしているので、車にはたらく力がつりあっている。力 F の向きに一定の速さ v で移動する場合の仕事率 P は $P=Fv$ となる^{[1]←}。

解説 (ア) 図のように、エンジンのほたらしによる推進力 F (N) と抵抗力 R (N) がつりあって車は速さ

$v=20\text{ m/s}$ の等速直線運動をしている。
よって、力のつりあいより $F-R=0$

$$R=F=\mathbf{2.0\times 10^3\text{ N}}$$

(イ) 仕事率の式「 $P=Fv$ 」より

$$P=(2.0\times 10^3)\times 20=4000=4.0\times 10^3\text{ W}$$
$$=\mathbf{4.0\text{ kW}}^{[2]←}$$

←[1] 移動の速さ v が一定のとき「 $v=\frac{x}{t}$ 」が成りたつので、「 $W=Fx$ 」と「 $P=\frac{W}{t}$ 」より仕事率 P の式は

$$P=\frac{Fx}{t}=Fv$$

となる。

←[2] $1\text{ kW}=1000\text{ W}=10^3\text{ W}$

[14]

運動エネルギーの式「 $K=\frac{1}{2}mv^2$ 」より

$$K=\frac{1}{2}\times 2.0\times 5.0^2=\mathbf{25\text{ J}}$$

[15]

重力による位置エネルギーの式「 $U=mgh$ 」より

$$U=2.0\times 9.8\times 25=\mathbf{4.9\times 10^2\text{ J}}$$

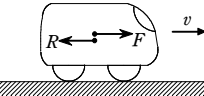
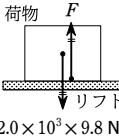
[16]

弾性エネルギーの式「 $U=\frac{1}{2}kx^2$ 」より

$$U=\frac{1}{2}\times 20\times 0.30^2=\mathbf{0.90\text{ J}}$$

[17]

指針 重力による位置エネルギーは、基準をどこにとるかによって大きさが異なるが、2 点間の位置エネルギーの差は基準をどこにとるかにはよらず一定となる。



解説 (1) 重力による位置エネルギーの式「 $U=mgh$ 」より

$$U_A=5.0\times 9.8\times 10=490=\mathbf{4.9\times 10^2\text{ J}}$$

$$U_B=5.0\times 9.8\times (-5.0)^{[1]←}=-245=-2.45\times 10^2\approx \mathbf{-2.5\times 10^2\text{ J}}$$

$$\Delta U=4.9\times 10^2-(-2.45\times 10^2)=(4.9+2.45)\times 10^2=7.35\times 10^2\approx \mathbf{7.4\times 10^2\text{ J}}^{[2]←}$$

(2) 重力による位置エネルギーの式「 $U=mgh$ 」より

$$U_A=5.0\times 9.8\times 15=7.35\times 10^2\approx \mathbf{7.4\times 10^2\text{ J}}$$

$$U_B=5.0\times 9.8\times 0=\mathbf{0\text{ J}}$$

$$\Delta U=\mathbf{7.4\times 10^2\text{ J}}^{[2]←}$$

←[1] 基準面(地面)よりも下にあるので、 $-$ の符号をつけないといけない。

←[2] 2 点間の位置エネルギーの差は、基準をどこにとっても同じ値になる。

[18]

指針 弾性エネルギーの変化＝ばねを引き伸ばすのに要した仕事 の関係が成りたつ。

解説 (1) 弾性エネルギーの式「 $U=\frac{1}{2}kx^2$ 」より

$$U_1=\frac{1}{2}\times 10\times 0.20^2=\mathbf{0.20\text{ J}}$$

(2) ばねは自然の長さから 0.40 m 伸びているので、弾性エネルギーの式「 $U=\frac{1}{2}kx^2$ 」より

$$U_2=\frac{1}{2}\times 10\times 0.40^2=\mathbf{0.80\text{ J}}^{[1]←}$$

ばねに仕事をしたことによって、ばねのもつ弾性エネルギーが変化したと考えられるから $W=U_2-U_1^{[2]←}$ が成りたつ。よって

$$W=0.80-0.20=\mathbf{0.60\text{ J}}$$

←[1] 罫 $U_2=\frac{1}{2}\times 10\times 0.20^2$ とはしないこと。

←[2] $U_1+W=U_2$ (はじめ+仕事=終わり)と考えてもよい。

[19]

指針 手で加えた力 F を求めて F - x 図をかけば、仕事 W は F - x 図の面積で表される。

解説 ばねの伸びが x' のとき、手で加えている力

の大きさを F 、垂直抗力の大きさを N とする

と、物体にはたらく力は図 a のようになる。

鉛直方向の力のつりあいより $N=mg$

よって物体が受ける動摩擦力の大きさは

$$\mu'N=\mu'mg$$

となり、水平方向の力のつりあいより

$$F=kx'+\mu'mg$$

これより $0<x'<x$ の範囲で F - x' 図をかくと図 b のようになる。手によってなされた仕事

W は図 b の面積に等しいので

$$W=\frac{1}{2}\times [\mu'mg+(kx+\mu'mg)]\times x$$

$$=\mathbf{\frac{1}{2}kx^2+\mu'mgx}^{[1]←}$$

←[1] **別解** 動摩擦力が物体にした仕事は $-\mu'mgx$ なので、力学的エネルギーの変化＝保存力以外の力(この場合は、手の力と動摩擦力)のした仕事 より

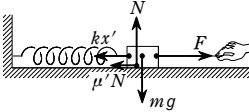


図 a

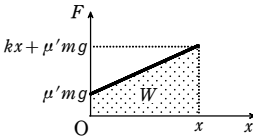


図 b

$$\frac{1}{2} kx^2 - 0 = W + (-\mu' mgx)$$

ゆえに $W = \frac{1}{2} kx^2 + \mu' mgx$

20

【指針】 物体の運動エネルギーの変化＝物体にされた仕事 の関係が成りたつ。

【解説】 物体の運動エネルギーの変化は、物体にされた仕事に等しいので

$$\left[\frac{1}{2}mv^2 - \frac{1}{2}mv_0^2 = W \right]^{(1)} \leftarrow \text{より}$$
$$\frac{1}{2} \times 6.0 \times v^2 - \frac{1}{2} \times 6.0 \times 3.0^2 = 48$$
$$3.0v^2 = 48 + 27 = 75 \quad v^2 = 25$$

よって $v = \mathbf{5.0 \text{ m/s}}$

← [1] $\left[\frac{1}{2}mv_0^2 + W = \frac{1}{2}mv^2 \right]$

(はじめ+仕事=終わり) を用いてもよい。

21

【指針】 (1), (3) 物体にした仕事は F - x 図の面積で表される。

(2), (4) 物体の速さは 物体の運動エネルギーの変化＝物体にされた仕事 の関係から求められる。

【解説】 (1) 仕事は F - x 図のグラフの面積で表されるので、 $0 < x < 7.0$ の範囲では

$$W_1 = 10 \times 7.0 = \mathbf{70 \text{ J}}$$

(2) 運動の向きに力を加えているので、物体は正の仕事をする。

$x = 0 \text{ m}$ から $x = 7.0 \text{ m}$ までの運動エネルギーの変化は、その間に物体がされた仕事 (W_1) に等しいので、

$$\left[\frac{1}{2}mv^2 - \frac{1}{2}mv_0^2 = W \right]^{(1)} \leftarrow \text{より}$$
$$\frac{1}{2} \times 5.0 \times v_1^2 - \frac{1}{2} \times 5.0 \times 6.0^2 = 70$$
$$v_1^2 - 6.0^2 = 70 \times 2 \div 5 \quad v_1^2 = 28 + 36 = 64$$

よって $v_1 = \mathbf{8.0 \text{ m/s}}$ ^{(2)←}

(3) $7.0 < x < 25$ の範囲における F - x 図の面積より

$$W_2 = (25 - 7.0) \times 10 \times \frac{1}{2} = \mathbf{90 \text{ J}}$$

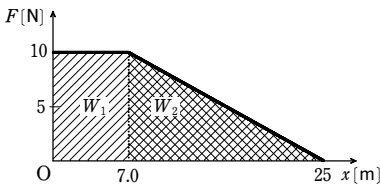
(4) $x = 7.0 \text{ m}$ から $x = 25 \text{ m}$ までの運動エネルギーの変化は、その間に物体がされた仕事 (W_2) に等しいので、 $\left[\frac{1}{2}mv^2 - \frac{1}{2}mv_0^2 = W \right]^{(1)} \leftarrow \text{より}$

$$\frac{1}{2} \times 5.0 \times v_2^2 - \frac{1}{2} \times 5.0 \times 8.0^2 = 90$$
$$v_2^2 - 8.0^2 = 90 \times 2 \div 5 \quad v_2^2 = 36 + 64 = 100$$

よって $v_2 = \mathbf{10 \text{ m/s}}$ ^{(3)←}

← [1] $\left[\frac{1}{2}mv_0^2 + W = \frac{1}{2}mv^2 \right]$

(はじめ+仕事=終わり) を用いてもよい。



← [2] 【別解】 水平方向にはたらいっている力は F のみなので、加速度の大きさを $a \text{ [m/s}^2]$ とすると、運動方程式より

$$a = \frac{F}{m} = \frac{10}{5.0} = 2.0 \text{ m/s}^2$$

$0 < x < 7.0$ の範囲では等加速度直線運動をしているので、「 $v^2 - v_0^2 = 2ax$ 」より

$$v_1^2 - 6.0^2 = 2 \times 2.0 \times 7.0$$

よって $v_1 = \mathbf{8.0 \text{ m/s}}$

← [3] 【別解】 $x = 0 \text{ m}$ から $x = 25 \text{ m}$ までの間で考えると

$$\frac{1}{2} \times 5.0 \times v_2^2 - \frac{1}{2} \times 5.0 \times 6.0^2 = 70 + 90$$

よって $v_2 = \mathbf{10 \text{ m/s}}$

22

【指針】 自由落下での速度や変位の式を用いて、各エネルギーを時間 t で表す。

【解説】 (1) 運動エネルギーの式は「 $K = \frac{1}{2}mv^2$ 」であるから、自由落下の式「 $v = gt$ 」を代入すると

$$K = \frac{1}{2}mv^2 = \frac{1}{2}m(gt)^2 = \frac{1}{2}mg^2t^2 \text{ }^{(1)} \leftarrow$$

よって、 K - t 図は、原点 O を頂点とする、下に凸の放物線のウ。

(2) 自由落下の変位 y の式「 $y = \frac{1}{2}gt^2$ 」より、時刻 t での物体の高さ h' は $h' = h - \frac{1}{2}gt^2$ である。

重力による位置エネルギーの式「 $U = mgh$ 」より

$$U = mgh' = mgh - \frac{1}{2}mg^2t^2 \text{ }^{(1)} \leftarrow$$

よって、 U - t 図は、点 $(0, mgh)$ を頂点とする、上に凸の放物線のオ。

(3) $E = K + U = mgh$ (一定) より、 E - t 図は、 t 軸に平行な直線のエ。

← [1] 【参考】 放物線のグラフ

(1)

(2)

(2) 力学的エネルギー保存則により

$$K_B + U_B = K_A + U_A$$

よって $\frac{1}{2} \times 2.0 \times v^2 + 0 = 49$

$$v^2 = 49$$

ゆえに $v = \mathbf{7.0 \text{ m/s}}$

(3) (2) と同様に、 $K + U = K_A + U_A$

ばねが最も縮んだとき、物体の速さは 0 であるから $K = 0$

よって $0 + \frac{1}{2} \times 50 \times x^2 = 49$

$$x^2 = \frac{49}{25} = \frac{7.0^2}{5.0^2}$$

ゆえに $x = \mathbf{1.4 \text{ m}}$

24

【指針】 小球には、重力 (保存力) のほかに曲面からの垂直抗力 (保存力以外の力) もはたらくが、垂直抗力の向きは運動方向に対して常に垂直であるから仕事をしない。よって、力学的エネルギーは保存される。

(3) 放物運動では、最高点でも水平方向の速さは存在するから、運動エネルギーは 0 ではない。

【解説】 (1) 小球の質量を $m \text{ [kg]}$ 、B を通る瞬間の速さを $v_B \text{ [m/s]}$ とする。A と B での力学的エネルギー保存則より

$$0 + m \times 9.8 \times 1.60 = \frac{1}{2}mv_B^2 + 0 \quad v_B^2 = 2 \times 9.8 \times 1.60$$

よって $v_B = \sqrt{2 \times 9.8 \times 1.60} = \mathbf{5.6 \text{ m/s}}$ ^{(1)←}

(2) C から飛び出す瞬間の小球の速さを $v_C \text{ [m/s]}$ とすると、A と C での力学的エネルギー保存則より

$$0 + m \times 9.8 \times 1.60 = \frac{1}{2}mv_C^2 + m \times 9.8 \times 1.20$$
$$v_C^2 = 2 \times 9.8 \times 1.60 - 2 \times 9.8 \times 1.20 = 2 \times 9.8 \times (1.60 - 1.20)$$

よって $v_C = \sqrt{2 \times 9.8 \times (1.60 - 1.20)} = \sqrt{2 \times 9.8 \times 0.40} = \mathbf{2.8 \text{ m/s}}$ ^{(2)←}

(3) C における小球の水平方向の速さを $v_x \text{ [m/s]}$ とすると

$$v_x = v_C \cos 60^\circ = 2.8 \times \frac{1}{2} = 1.4 \text{ m/s}$$

最高点では、水平方向の速さは 1.4 m/s のままだが、鉛直方向の速さは 0 である。ここで、最高点の、B からの高さを $h \text{ [m]}$ とすると、点 A と最高点での力学的エネルギー保存則より

$$0 + m \times 9.8 \times 1.60 = \frac{1}{2} \times m \times 1.4^2 + m \times 9.8 \times h$$
$$9.8 \times h = 9.8 \times 1.60 - \frac{1}{2} \times 1.4^2$$

よって $h = 1.60 - \frac{1.4^2}{2 \times 9.8} = 1.60 - 0.10 = \mathbf{1.50 \text{ m}}$

← [1] $v_B = \sqrt{31.36}$ と求めて開平計算を行ってもよいが、次のように簡単に計算することもできる。小数をなくし、 $49 = 7^2$ をつくるようにするとよい。

$$v_B = \sqrt{2 \times 9.8 \times 1.60}$$
$$= \sqrt{\frac{2 \times 98 \times 16}{10 \times 10}}$$

-7-

$$\begin{aligned}&= \sqrt{\frac{2 \times 2 \times 49 \times 16}{10^2}} \\&= \sqrt{\frac{2^2 \times 7^2 \times 4^2}{10^2}} \\&= \frac{2 \times 7 \times 4}{10} = 5.6 \text{ m/s}\end{aligned}$$

← [2] $v_C = \sqrt{7.84}$ と求めて開平計算を行ってもよいが、次のように簡単に計算することもできる。

$$\begin{aligned}v_C &= \sqrt{2 \times 9.8 \times 0.40} \\&= \sqrt{\frac{2 \times 98 \times 4}{10 \times 10}} \\&= \sqrt{\frac{2 \times 2 \times 49 \times 4}{10^2}} \\&= \sqrt{\frac{4^2 \times 7^2}{10^2}} \\&= \frac{4 \times 7}{10} = 2.8 \text{ m/s}\end{aligned}$$

[25]

指針 振り子の運動では力学的エネルギーは保存され、小球が飛び出したあとの水平投射運動でも力学的エネルギーが保存されるので、小球の運動全体を通して力学的エネルギーは保存される。また、小球が最下点を通る直前にかみそりで糸を切ると、そのときの速度を初速度として小球は水平投射運動をする。

解説 (1) 小球の質量を m とする。振り子の最下点を基準水平面として力学的エネルギー保存則を考えると

$$0 + mgh = \frac{1}{2}mv_0^2 + 0 \quad \text{よって} \quad v_0 = \sqrt{2gh}$$

(2) 鉛直方向には小球は自由落下運動をするので、小球が水平方向に飛び出してから床に達するまでの時間 t は、自由落下の式「 $y = \frac{1}{2}gt^2$ 」より

$$H = \frac{1}{2}gt^2 \quad \text{よって} \quad t = \sqrt{\frac{2H}{g}}$$

水平方向には等速直線運動をするので「 $x = vt$ 」より

$$l = v_0 t = \sqrt{2gh} \times \sqrt{\frac{2H}{g}} = 2\sqrt{hH}$$

(3) 小球ははじめの状態から床に達するまで力学的エネルギーが保存されているので、床を基準水平面として

$$0 + mg(h + H) = \frac{1}{2}mv^2 + 0 \quad \text{よって} \quad v = \sqrt{2g(h + H)}^{(1)} \leftarrow$$

← [1] **別解** 床に達したときの速度を水平成分 v_x と鉛直成分 v_y から求める。

$$v_x = v_0 = \sqrt{2gh}$$

$$v_y = gt = g \times \sqrt{\frac{2H}{g}} = \sqrt{2gH}$$

よって v は三平方の定理より

$$v = \sqrt{v_x^2 + v_y^2} = \sqrt{2gh + 2gH} = \sqrt{2g(h + H)}$$

[26]

指針 あらい面を通過するたび、物体は動摩擦力によって負の仕事をされ力学的エネルギーは減少していく。あらい面以外の部分では力学的エネルギーは保存される。

解説 (1) 点 A に達するまで、物体は保存力以外の力から仕事をされないで、力学的エネルギー保存則より

$$0 + \frac{1}{2}kl^2 = \frac{1}{2}mv_A^2 + 0 \quad \text{よって} \quad v_A = l\sqrt{\frac{k}{m}}$$

(2) 垂直抗力の大きさを N とすると、AB 間で物体にはたらく力は図のようになる。鉛直方向の力のつりあいより $N = mg$ であるから、物体にはたらく動摩擦力の大きさは

$$\mu'N = \mu'mg$$

動摩擦力は物体の運動の向きと逆向きにはたらくので、AB 間で動摩擦力がした仕事 W は負となり

$$W = -\mu'mgS$$

はじめの状態から点 C で速さが 0 になるまでの力学的エネルギーの変化は、動摩擦力がした仕事 W に等しいので

$$mgh - \frac{1}{2}kl^2 = -\mu'mgS^{(1)} \leftarrow$$

$$mgh = \frac{1}{2}kl^2 - \mu'mgS \quad \cdots \cdots \textcircled{1}$$

$$\text{よって} \quad h = \frac{kl^2}{2mg} - \mu'S$$

(3) 物体は再び AB 間で、動摩擦力により負の仕事 (W) をされる。力学的エネルギーの変化は動摩擦力がした仕事に等しいので

$$\frac{1}{2}kx^2 - mgh = -\mu'mgS$$

$$\textcircled{1} \text{ 式を代入して} \quad \frac{1}{2}kx^2 - \left(\frac{1}{2}kl^2 - \mu'mgS\right) = -\mu'mgS$$

$$\frac{1}{2}kx^2 = \frac{1}{2}kl^2 - 2\mu'mgS \quad x^2 = l^2 - \frac{4\mu'mgS}{k}$$

$$\text{よって} \quad x = \sqrt{l^2 - \frac{4\mu'mgS}{k}}^{(2)} \leftarrow$$

$$\leftarrow [1] \quad \frac{1}{2}kl^2 + (-\mu'mgS) = mgh$$

(はじめ + 仕事 = 終わり) としてもよい。

← [2] **別解** バネを解放した瞬間と、バネを押し縮めて最大の縮みとなった瞬間の間で、力学的エネルギーの変化を考えると

$$\frac{1}{2}kx^2 - \frac{1}{2}kl^2 = 2 \times (-\mu'mgS)$$

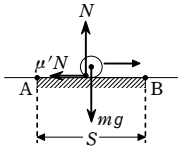
$$x = \sqrt{l^2 - \frac{4\mu'mgS}{k}}$$

[27]

指針 軽いつる巻きばねなのでばね自身の重さは無視できる。これはばねを縦につるしても、おもりを取りつければばねは伸びないということである。

(1) おもりを支えながら台をおろしていく場合、おもりは台が上向きに支える力によって仕事をされ、力学的エネルギーは保存されない。

(3) 台を急に取り去った場合、おもりには保存力である重力とばねの弾性力のみがはたらくので、力学的エネルギーは保存される。



解説 (1) 台をゆっくりおろしているの、おもりは等速運動をしている。よって、おもりにはたらく力はつりあっている (おもりにはたらく力の合力は 0 である)⁽¹⁾ ← から、上向きを正として、図 a より力のつりあいの式は

$$kx + F - mg = 0$$

$$\text{ゆえに} \quad F = mg - kx \text{ [N]}$$

(2) 台がおもりを支える力が 0 になるとおもりは台から離れる。

(1) の結果において、 $x = x_1$ のとき $F = 0$ となるから

$$0 = mg - kx_1$$

$$\text{よって} \quad x_1 = \frac{mg}{k} \text{ [m]}$$

(3) 自然の長さの位置を基準水平面とする (図 b)。はじめの位置と最下点での力学的エネルギー保存則より

$$0 + 0 + 0 = 0 - mgx_2 + \frac{1}{2}kx_2^2$$

$$0 = \frac{1}{2}kx_2 \left(x_2 - \frac{2mg}{k} \right)$$

$$x_2 > 0 \quad \text{より} \quad x_2 = \frac{2mg}{k} \text{ [m]}^{(2)} \leftarrow$$

(4) 台をゆっくりおろしていく場合は、おもりを支える力によって負の仕事はされ力学的エネルギーが減少するが、台を急に取り去った場合は力学的エネルギーが保存されるため。

← [1] 「ゆっくり」とは「力のつりあいを保ちながら」ということである。

← [2] (2) の結果と比べると 2 倍伸びていることがわかる。

したがって、おもりはつりあいの位置を中心に、はじめの位置を最上点、ばねの伸び x_2 の位置を最下点として振動する。

[28]

指針 A、B には、重力 (保存力) のほかに糸の張力 (保存力以外の力) もはたらくが、張力が A、B にする仕事は、正、負で相殺するので、力学的エネルギーは保存される。

解説 (1) A の位置エネルギーは mgh 増加、B は Mgh 減少するから、全体での位置エネルギーの減少量は

$$Mgh - mgh = (M - m)gh$$

(2) 力学的エネルギー保存則より、(A と B の運動エネルギーの増加量の和) = (A と B の位置エネルギーの減少量の和) であるから

$$\frac{1}{2}Mv^2 + \frac{1}{2}mv^2 = (M - m)gh$$

$$\text{よって} \quad v = \sqrt{\frac{2(M - m)gh}{M + m}}$$

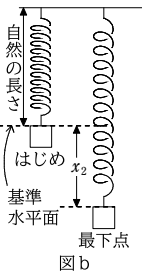
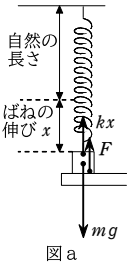
(3) A について力学的エネルギー保存則⁽¹⁾ ← より

$$\frac{1}{2}mv^2 + mgh = 0 + mgH$$

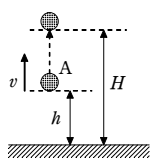
v の値を代入して

$$\frac{1}{2}m \times \frac{2(M - m)gh}{M + m} + mgh = mgH$$

$$\text{よって} \quad H = h + \frac{M - m}{M + m}h = \frac{2M}{M + m}h$$



←[1]



最高点での A の速さは 0 であるから、床を位置エネルギーの基準水平面として、力学的エネルギー保存則は図より

$$\frac{1}{2}mv^2 + mgh = 0 + mgH$$

となる。

[29]

指針 力の大きさが変化するので「 $W = Fx \cos \theta$ 」の式に F の値を代入することはできない。力 F の分力 $F \cos \theta$ のみが仕事をするので、 $(F - x$ 図の面積) $\times \cos \theta$ が、 F のした仕事となる。

また、物体の運動エネルギーの変化＝物体にされた仕事 の関係が成りたつ。

解説 (1) 力 F が物体にした仕事を W [J] とすると、 F [N]

$$F - x \text{ 図の面積より}$$

$$W = \frac{(2.0 + 8.0) \times 10}{2} \times \cos \theta$$

$\cos \theta = 0.80$ であるから

$$W = 40 \text{ J}$$

(2) $x = 10 \text{ m}$ での物体の速さを v [m/s] とすると、

物体の運動エネルギーの変化は、物体にされた仕事に等しいので

$$\left[\frac{1}{2}mv^2 - \frac{1}{2}mv_0^2 = W \right]^{(1)} \quad \text{より} \quad \frac{1}{2} \times 2.0 \times v^2 - \frac{1}{2} \times 2.0 \times 3.0^2 = 40$$

よって $v = 7.0 \text{ m/s}$

←[1]

$$\left[\frac{1}{2}mv_0^2 + W = \frac{1}{2}mv^2 \right] \text{ (はじめ + 仕事 = 終わり) } \text{ を用いてもよい。}$$

[30]

指針 なめらかな曲面上の運動では、小物体の力学的エネルギーは保存される。あらい斜面上の運動では、重力 (保存力) のほか動摩擦力 (保存力以外の力) がはたらき、動摩擦力は小物体に負の仕事をするので、その仕事の分だけ力学的エネルギーは変化する。

解説 点 B を通る水平面を重力による位置エネルギーの基準水平面にとる。

(1) 点 A と点 B において、力学的エネルギー保存則より

$$0 + mgR = \frac{1}{2}mv^2 + 0 \quad \text{よって} \quad v = \sqrt{2gR}$$

(2) 斜面 CD 上で小物体にはたらく動摩擦力の大きさを F' 、垂直抗力の大きさを N とする (図 a)。

斜面上に垂直な方向の力のつりあいより

$$N = mg \cos \theta$$

よって、動摩擦力の式「 $F' = \mu' N$ 」より

$$F' = \mu' mg \cos \theta$$

C → X 間の運動で動摩擦力が小物体にした仕事

W は、「 $W = Fx$ 」より $W = -F'd = -\mu' mg d \cos \theta$

また、点 X の高さを h とすると、図 a より $h = d \sin \theta$

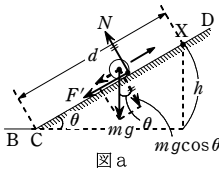


図 a

点 A と点 X において、力学的エネルギーの変化＝動摩擦力のした仕事 より

$$mgh - mgR = W^{(1)}$$

h 、 W の値を代入して $mg d \sin \theta - mgR = -\mu' mg d \cos \theta$

$$\text{よって} \quad d = \frac{R}{\sin \theta + \mu' \cos \theta}$$

(3) 動摩擦力の大きさは、斜面を上がる場合も下りる場合も等しく、どちらも運動を妨げる向きにはたらくので (図 a, b), X → C 間の運動で動摩擦力が小物体にした仕事は (2) と同じ W となる。CX 間の往復で動摩擦力が小物体にした仕事は $2W$ となるので、点 A と点 Y について、力学的エネルギーの変化を考えると $mgH - mgR = 2W$

$$\text{よって} \quad H = R + \frac{2W}{mg} = R + (-2\mu' d \cos \theta)$$

$$(2) \text{ の } d \text{ の値を代入して} \quad H = \frac{\sin \theta - \mu' \cos \theta}{\sin \theta + \mu' \cos \theta} R^{(2)}$$

←[1] **別解** 点 C での速さは点 B での速さと同じであるから、C → X 間での力学的エネルギーの変化を考えると $mgh - \frac{1}{2}mv^2 = W$

$$(1) \text{ より} \quad mgR = \frac{1}{2}mv^2 \quad \text{よって} \quad mgh - mgR = W$$

←[2] **別解** 斜面を逆もどりして点 C に達したときの速さを v' とする。点 X と点 C について、力学的エネルギーの変化を考えると

$$\frac{1}{2}mv'^2 - mgh = W \quad \dots\dots (1)$$

点 C と点 Y の間では、力学的エネルギーが保存されるので

$$mgH = \frac{1}{2}mv'^2 \quad \dots\dots (2)$$

(1)、(2) 式より

$$H = h + \frac{W}{mg} = d \sin \theta - \mu' d \cos \theta = d (\sin \theta - \mu' \cos \theta) = \frac{\sin \theta - \mu' \cos \theta}{\sin \theta + \mu' \cos \theta} R$$

[31]

指針 (1) 弾性力 (保存力) による運動では力学的エネルギーは保存される。

(2) 動摩擦力 (保存力以外の力) が物体に仕事をする運動では 力学的エネルギーの変化＝動摩擦力がした仕事

解説 (1) 最初に物体のもつ弾性力による位置エネルギーは $U = \frac{1}{2}ka^2$

$$\text{ばねから離れた後に物体のもつ運動エネルギーは} \quad K = \frac{1}{2}mv_1^2$$

力学的エネルギー保存則より

$$0 + \frac{1}{2}ka^2 = \frac{1}{2}mv_1^2 + 0$$

$$\text{ゆえに} \quad v_1 = \sqrt{\frac{k}{m}} a$$

(2) ばねから離れるまでに、動摩擦力が物体にした仕事は $W = -\mu' mga$ 物体の力学的エネルギーの変化＝ W より

$$\left(\frac{1}{2}mv_2^2 + 0 \right) - \left(0 + \frac{1}{2}ka^2 \right) = -\mu' mga$$

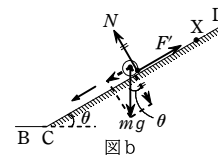


図 b

$$\text{ゆえに} \quad v_2 = \sqrt{\frac{k}{m} a^2 - 2\mu' ga}$$

[32]

指針 物体 A と B が接触している間は互いに押しあう力 (保存力以外の力) がはたらくので、物体ごとの力学的エネルギーは変化するが、A と B をあわせて 1 つの物体と考えた場合の力学的エネルギーは保存される。B が A から離れた後は、物体ごとも力学的エネルギー保存則が成りたつ。

解説 (1) B が A から離れる瞬間では A と B の速さは等しいので、A と B を一体とした力学的エネルギー保存則より

$$0 + \frac{1}{2}kl^2 = \frac{1}{2}(M + m)v^2 + 0 \quad \text{よって} \quad v = l \sqrt{\frac{k}{M + m}}$$

(2) B が離れた後の、A のみについての力学的エネルギー保存則より

$$\frac{1}{2}Mv^2 + 0 = 0 + \frac{1}{2}kx^2$$

$$\text{よって} \quad x = v \sqrt{\frac{M}{k}} = l \sqrt{\frac{k}{M + m}} \cdot \sqrt{\frac{M}{k}} = l \sqrt{\frac{M}{M + m}}$$

[33]

指針 ばねにつり下げられて振動する物体は、運動エネルギー、重力による位置エネルギー、弾性力による位置エネルギーの 3 つのエネルギーをもつ。[A] のなめらかな斜面の場合は、力学的エネルギーが保存され、[B] のあらい斜面の場合は、力学的エネルギーの変化＝動摩擦力がした仕事 の関係が成りたつ。

解説 [A] (1) 物体にはたらく力は図 a のようになる。斜面上に平行な方向の力のつりあいより

$$kx_1 - mg \sin \theta = 0$$

$$\text{よって} \quad x_1 = \frac{mg}{k} \sin \theta$$

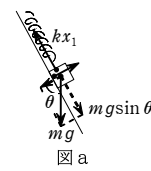


図 a

(2) ばねが自然の長さの状態での物体の高さを重力による位置エネルギーの基準水平面とする。

ばねの伸びが x_1 のとき、物体の高さは

$x_1 \sin \theta$ 減少している (図 b), 力学的エネルギー保存則より

$$0 + 0 + 0 = \frac{1}{2}mv_1^2 + mg(-x_1 \sin \theta) + \frac{1}{2}kx_2^2^{(1)}$$

x_1 の値を代入して

$$\frac{1}{2}mv_1^2 = mg \sin \theta \frac{mg \sin \theta}{k} - \frac{1}{2}k \left(\frac{mg \sin \theta}{k} \right)^2 = \frac{(mg \sin \theta)^2}{2k}$$

$$\text{よって} \quad v_1 = \sqrt{\frac{m}{k}} g \sin \theta$$

(3) 最下点では物体の速さは 0 (運動エネルギーは 0) なので、力学的エネルギー保存則より

$$0 + 0 + 0 = 0 + mg(-x_2 \sin \theta) + \frac{1}{2}kx_2^2^{(1)}$$

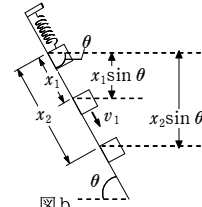


図 b

$$\frac{1}{2} kx_2^2 = mgx_2 \sin \theta$$

$$x_2 \neq 0 \text{ より } x_2 = \frac{2mg}{k} \sin \theta \quad [2] \leftarrow$$

- [B] (4) 斜面にそってすべり下りる直前とすべり上がる直前に物体にはたらく摩擦力は最大摩擦力 F_0 である (図 c, d)。

垂直抗力の大きさを N とする。斜面に垂直な方向の力のつりあいより $N = mg \cos \theta$ となるから、最大摩擦力の式より

$$F_0 = \mu N = \mu mg \cos \theta \quad \cdots \cdots ①$$

弾性力 kx_3 が小さく、物体がすべり下りる直前では、最大摩擦力は斜面上方にはたらく (図 c)。

斜面方向の力のつりあいより

$$kx_3 + F_0 - mg \sin \theta = 0 \quad \cdots \cdots ②$$

①, ② 式より

$$x_3 = \frac{mg}{k} (\sin \theta - \mu \cos \theta)$$

すべり上がる直前では、最大摩擦力は斜面下方にはたらく (図 d)。

$$kx_4 - F_0 - mg \sin \theta = 0 \quad \cdots \cdots ③$$

①, ③ 式より $x_4 = \frac{mg}{k} (\sin \theta + \mu \cos \theta)$

- (5) 物体が最下点に達するまでに、動摩擦力 (大きさ $\mu' N = \mu' mg \cos \theta$) が物体にした仕事 W は $W = -\mu' mg \cos \theta \cdot x_5$

ばねの伸びが x_5 のとき、物体の高さは $x_5 \sin \theta$ 減少しているので、力学的エネルギーの変化=動摩擦力がした仕事、および、はじめの力学的エネルギー 0 より

$$mg(-x_5 \sin \theta) + \frac{1}{2} kx_5^2 - 0 = -\mu' mg x_5 \cos \theta$$

$$x_5 \neq 0 \text{ より } x_5 = \frac{2mg}{k} (\sin \theta - \mu' \cos \theta) \quad [3] \leftarrow$$

- (6) 最下点で物体にはたらく弾性力 (大きさ kx_5) が、重力の斜面方向の成分 (大きさ $mg \sin \theta$) と最大摩擦力 (大きさ $\mu mg \cos \theta$) の和より大きい場合に、物体は再び上昇する (図 e)。

$$kx_5 > mg \sin \theta + \mu mg \cos \theta \quad [4] \leftarrow$$

(5) の x_5 の値を代入して

$$2mg(\sin \theta - \mu' \cos \theta) > mg \sin \theta + \mu mg \cos \theta$$

$$\sin \theta > (\mu + 2\mu') \cos \theta$$

よって、求める条件は

$$\tan \theta > \mu + 2\mu' \quad [5] \leftarrow$$

←[1] はじめの状態での力学的エネルギーは 0 である (運動エネルギー 0, 重力による位置エネルギー 0, 弾性力による位置エネルギー 0)。

←[2] $x_2 = 2x_1$ となり、つりあいの位置 x_1 が振動の中心となっている。

←[3] x_5 の式において $\mu' = 0$ とすると $x_5 = \frac{2mg}{k} \sin \theta$ となり、なめらかな斜面の場合の x_2 と一致する。

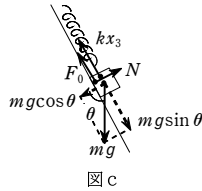


図 c

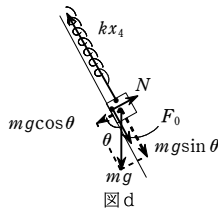


図 d

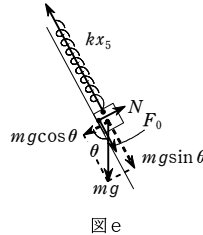


図 e

←[4] [別解] $x_5 > x_4$ ならば再び上昇する。 $x_5 > x_4$ を変形しても同じ式が得られる。

$$\leftarrow [5] \frac{\sin \theta}{\cos \theta} = \tan \theta$$

[34]

指針 滑車にかけられた 2 物体 (リングとおもり) の運動を扱った問題であるが、リングの運動が鉛直方向に限られるので、リングの速さとおもりの速さが等しくなることに注意する。

リングとおもりをあわせて考えると、張力がする仕事は相殺し、リングにはたらく棒からの垂直抗力が仕事をしないので、力学的エネルギーが保存される。

解説 (1) 糸の張力の大きさを T 、リングにはたらく

棒からの垂直抗力の大きさを N とすると、おもりとリングにはたらく力は図 a のようになる。

おもりについての力のつりあいより

$$T - 2mg = 0 \quad \cdots \cdots ①$$

リングについての鉛直方向の力のつりあいより

$$T \cos \theta - mg = 0 \quad \cdots \cdots ②$$

① 式より $T = 2mg$ を ② 式に代入すると

$$\cos \theta = \frac{1}{2} \quad \text{よって } \theta = 60^\circ$$

- (2) リングとおもりは糸でつながれているので、リングの糸にそった方向の速度成分の大きさ $v \cos \theta$ (図 b)

とおもりの速さ V は等しい。よって

$$V = v \cos \theta$$

- (3) リングが O にあるときを重力による位置エネルギーの基準にとる。リングが O から P まで下降したとき、おもりが Q_0 から Q まで上昇したとする (図 c)。

滑車からリングまでの糸の長さは a から

$$\frac{a}{\sin \theta} \text{ になったから}$$

$$Q_0 Q = (l - a) - \left(l - \frac{a}{\sin \theta} \right) = \frac{a}{\sin \theta} - a$$

$$\text{また, } \tan \theta = \frac{a}{OP} \text{ より}$$

$$OP = \frac{a}{\tan \theta}$$

よって、力学的エネルギー保存則より

$$0 = \frac{1}{2} m v^2 + \frac{1}{2} \cdot 2m (v \cos \theta)^2 + mg \left(-\frac{a}{\tan \theta} \right) + 2mg \left(-\frac{a}{\sin \theta} - a \right)$$

- (4) (3) の結果より

$$\frac{1}{2} m v^2 (1 + 2 \cos^2 \theta) = mg \left(\frac{a}{\tan \theta} - \frac{2a}{\sin \theta} + 2a \right)$$

(1) の結果より、つりあいの位置では $\theta = 60^\circ$ であるから、 $v = v_0$ として

$$\frac{1}{2} m v_0^2 \left(1 + 2 \times \frac{1}{4} \right) = mg \left(\frac{a}{\sqrt{3}} - \frac{4a}{\sqrt{3}} + 2a \right) \quad [1] \leftarrow$$

$$\text{よって } v_0 = \sqrt{\frac{4(2 - \sqrt{3})ga}{3}}$$

$$\leftarrow [1] \sin 60^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$\cos 60^\circ = \frac{1}{2}$$

$$\tan 60^\circ = \sqrt{3}$$

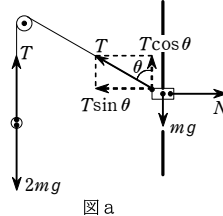


図 a

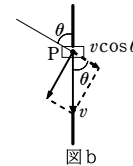


図 b

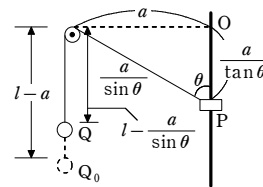


図 c