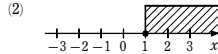


第5章 不等式 例題

1

解説



2

解説

(1) $x - 5 > 8$

両辺に 5 をたすと
 $x - 5 + 5 > 8 + 5$
 $x > 13$

(2) $x + 10 \leq 4$

両辺から 10 をひくと
 $x + 10 - 10 \leq 4 - 10$
 $x \leq -6$

(3) $8x \leq 40$

両辺を 8 でわると
 $\frac{8x}{8} \leq \frac{40}{8}$
 $x \leq 5$

(4) $-3x > -9$

両辺を -3 でわると
 $\frac{-3x}{-3} < \frac{-9}{-3}$
 $x < 3$

3

解説

$-3, 6x$ を移項すると $4x - 6x \geq 5 + 3$
 $-2x \geq 8$
 $x \leq -4$

4

解説

(1) $3x - 5(x - 1) \geq 13$
 かっこをはずすと $3x - 5x + 5 \geq 13$
 移項すると $3x - 5x \geq 13 - 5$
 $-2x \geq 8$
 両辺を -2 でわると $x \leq -4$ 図

(2) $\frac{2x-3}{5} > 1 - \frac{x-4}{3}$
 両辺に 15 をかけると $3(2x-3) > 15 - 5(x-4)$
 かっこをはずすと $6x - 9 > 15 - 5x + 20$
 移項すると $6x + 5x > 15 + 20 + 9$
 $11x > 44$
 両辺を 11 でわると $x > 4$ 図

(3) $0.3x - 0.5 \leq 0.6x + 1$

両辺に 10 をかけると $3x - 5 \leq 6x + 10$
 移項すると $3x - 6x \leq 10 + 5$

$-3x \leq 15$

$x \geq -5$ 図

5

解説

(1) $x + 13 \geq 3(2x - 3)$

$x + 13 \geq 6x - 9$

$-5x \geq -22$

$x \leq \frac{22}{5}$

$\frac{22}{5} = 4.4$ であるから、 $x \leq \frac{22}{5}$ を満たす数のうち、最も大きい整数は 4

(2) $2x + 5 < 5(x - 2)$

$2x + 5 < 5x - 10$

$-3x < -15$

$x > 5$

これを満たす数のうち、最も小さい整数は 6

6

解説

(1) $\begin{cases} 2x - 9 < 1 & \cdots \cdots ① \\ x - 3 \leq 4x & \cdots \cdots ② \end{cases}$

① を解くと $2x < 10$

$x < 5$ $\cdots \cdots ③$

② を解くと $-3x \leq 3$

$x \geq 1$ $\cdots \cdots ④$

③ と ④ の共通範囲を求めて

$1 \leq x < 5$

(2) $\begin{cases} 3x + 2 \geq 5x - 6 & \cdots \cdots ① \\ 4x - 5 < 16 - 3x & \cdots \cdots ② \end{cases}$

① を解くと $-2x \geq -8$

$x \leq 4$ $\cdots \cdots ③$

② を解くと $7x < 21$

$x < 3$ $\cdots \cdots ④$

③ と ④ の共通範囲を求めて $x < 3$

(3) $\begin{cases} 2x - 6 > x - 2 & \cdots \cdots ① \\ 8x + 2 \leq 3x + 7 & \cdots \cdots ② \end{cases}$

① を解くと $x > 4$ $\cdots \cdots ③$

② を解くと $5x \leq 5$

$x \leq 1$ $\cdots \cdots ④$

③ と ④ は共通範囲をもたないから、解はない。

(4) $\begin{cases} 4x + 1 \geq 2x - 5 & \cdots \cdots ① \\ 3x + 5 \geq 4x + 8 & \cdots \cdots ② \end{cases}$

① を解くと $2x \geq -6$

$x \geq -3$ $\cdots \cdots ③$

② を解くと $-x \geq 3$

$x \leq -3$ $\cdots \cdots ④$

③ と ④ の共通範囲を求めて $x = -3$

7

解説

(1) $8x - 7 < 2x + 11 \leq 4x + 13$

は、次のように書ける。

$\begin{cases} 8x - 7 < 2x + 11 & \cdots \cdots ① \\ 2x + 11 \leq 4x + 13 & \cdots \cdots ② \end{cases}$

① を解くと $6x < 18$

$x < 3$ $\cdots \cdots ③$

② を解くと $-2x \leq 2$

$x \geq -1$ $\cdots \cdots ④$

③ と ④ の共通範囲を求めて $-1 \leq x < 3$

(2) $-2 \leq 3x + 4 \leq 19$

各辺から 4 をひくと $-6 \leq 3x \leq 15$

各辺を 3 でわると $-2 \leq x \leq 5$

8

解説

150 円のノートが x 冊買うとすると、60 円のノートは $(24 - x)$ 冊買うことになる。

この 2 種類のノートを 24 冊買った代金が 3000 円以内であるから

$150x + 60(24 - x) \leq 3000$

$150x + 1440 - 60x \leq 3000$

$150x - 60x \leq 3000 - 1440$

$90x \leq 1560$

よって $x \leq \frac{52}{3}$

すなわち $x \leq 17.33\cdots$ $\cdots \cdots ①$

x は冊数であるから、自然数である。

150 円のノートになるべく多く買うには、① を満たす自然数のうち最も大きいものを求めればよい。

よって $x = 17$

これは問題に合っている。 図 17 冊

9

解説

買う商品の個数が 10 個以下のときは A 店の方が B 店より安いから、求める個数を x 個

とすると $x > 10$ である。

このとき、条件から $200x > 210 \times 10 + 170(x - 10)$

よって $200x > 2100 + 170x - 1700$

ゆえに $30x > 400$ よって $x > \frac{400}{30} = 13.3\cdots$

x は整数であるから $x \geq 14$

したがって、B 店の方が安くなるのは、買う商品が 14 個以上のときである。

10

解説

歩く距離を x m とすると

$$25 \leq \frac{x}{60} + \frac{3000-x}{180} \leq 30$$

$$4500 \leq 3x + 3000 - x \leq 5400$$

$$4500 \leq 2x + 3000 \leq 5400$$

$$1500 \leq 2x \leq 2400$$

$$750 \leq x \leq 1200$$

よって、750 m 以上 1200 m 以下。これは問題に適している。

11

解説

(1) 3 人ずつ座ると 5 人が座れなくなるから、クラスの生徒の人数は $(3x+5)$ 人

5 人ずつ座ったとき、最後に使った長いすの 1 つ手前までの長いすに座った生徒の人数は $5(x-3)$ 人

よって、最後に使った長いすに座っている生徒の人数は

$$(3x+5) - 5(x-3) = 20 - 2x \quad \text{圈} \quad (20-2x) \text{ 人}$$

(2) 5 人ずつ座ったとき、最後に使った長いすに座っている生徒の人数は 1 人以上 5 人以下であるから

$$1 \leq 20 - 2x \leq 5$$

$$-19 \leq -2x \leq -15$$

$$\frac{19}{2} \geq x \geq \frac{15}{2}$$

$$\text{すなわち} \quad \frac{15}{2} \leq x \leq \frac{19}{2}$$

$$\frac{15}{2} = 7.5, \quad \frac{19}{2} = 9.5 \text{ で、} x \text{ は自然数であるから} \quad x = 8, 9$$

圈 8 個または 9 個

12

解説

(1) $4 < a < 7, 2 < b < 6$ の各辺をたすと $4+2 < a+b < 7+6$

$$\text{よって} \quad 6 < a+b < 13$$

(2) $4 < a < 7 \quad \dots\dots ①, \quad 2 < b < 6 \quad \dots\dots ②$

② の各辺に -1 をかけると $-2 > -b > -6$

$$\text{すなわち} \quad -6 < -b < -2 \quad \dots\dots ③$$

①, ③ の各辺をたすと $4-6 < a+(-b) < 7-2$

$$\text{よって} \quad -2 < a-b < 5$$

(3) $4 < a < 7$ の各辺に 3 をかけると $12 < 3a < 21 \quad \dots\dots ①$

$2 < b < 6$ の各辺に 5 をかけると $10 < 5b < 30 \quad \dots\dots ②$

①, ② の各辺をたすと $12+10 < 3a+5b < 21+30$

$$\text{よって} \quad 22 < 3a+5b < 51$$

(4) $4 < a < 7$ の各辺に 3 をかけると $12 < 3a < 21 \quad \dots\dots ①$

$2 < b < 6$ の各辺に -5 をかけると $-10 > -5b > -30$

$$\text{すなわち} \quad -30 < -5b < -10 \quad \dots\dots ②$$

①, ② の各辺をたすと $12-30 < 3a+(-5b) < 21-10$

$$\text{よって} \quad -18 < 3a-5b < 11$$

13

解説

$$(1) \begin{cases} 7x-5 > 13-2x & \dots\dots ① \\ x+a \geq 3x+5 & \dots\dots ② \end{cases}$$

$$\text{① から} \quad 9x > 18 \quad \text{よって} \quad x > 2 \quad \dots\dots ③$$

$$\text{② から} \quad -2x \geq -a+5 \quad \text{よって} \quad x \leq \frac{a-5}{2} \quad \dots\dots ④$$

条件を満たすのは、③ と ④ を同時に満たす整数 x が 3, 4, 5, 6, 7 となるときである

$$\text{から} \quad 7 \leq \frac{a-5}{2} < 8$$

$$\text{各辺に 2 を掛けて} \quad 14 \leq a-5 < 16$$

$$\text{各辺に 5 を加えて} \quad 19 \leq a < 21$$

$$(2) \begin{cases} 3(x+1) \leq 2(4x-2)+12 & \dots\dots ① \\ 2x-3 < a & \dots\dots ② \end{cases}$$

$$\text{① を解くと} \quad 3x+3 \leq 8x-4+12 \\ -5x \leq 5$$

$$x \geq -1 \quad \dots\dots ③$$

$$\text{② を解くと} \quad 2x < a+3$$

$$x < \frac{a+3}{2} \quad \dots\dots ④$$

条件から、③ と ④ の共通範囲が

$$-1 \leq x < \frac{a+3}{2}$$

の形になり、この範囲に含まれる整数が

$$-1, 0, 1, 2$$

の 4 個になればよい。

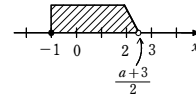
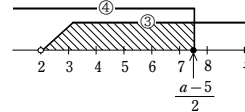
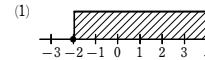
$$\text{よって} \quad 2 < \frac{a+3}{2} \leq 3$$

$$4 < a+3 \leq 6$$

$$1 < a \leq 3$$

1

解説



2

解説

- (1) $x-5>3$
両辺に5をたすと $x-5+5>3+5$
 $x>8$
- (2) $x+2<-8$
両辺から2をひくと $x+2-2<-8-2$
 $x<-10$
- (3) $x+7\geq 4$
両辺から7をひくと $x+7-7\geq 4-7$
 $x\geq -3$
- (4) $x+5\leq 4$
両辺から5をひくと $x+5-5\leq 4-5$
 $x\leq -1$
- (5) $4x\leq -28$
両辺を4でわると $\frac{4x}{4}\leq \frac{-28}{4}$
 $x\leq -7$
- (6) $-7x>56$
両辺を-7でわると $\frac{-7x}{-7}<\frac{56}{-7}$
 $x<-8$
- (7) $-5x\geq -70$
両辺を-5でわると $\frac{-5x}{-5}\leq \frac{-70}{-5}$
 $x\leq 14$
- (8) $4x<104$
両辺を4でわると $\frac{4x}{4}<\frac{104}{4}$
 $x<26$
- (9) $-3x\leq 132$
両辺を-3でわると $\frac{-3x}{-3}\geq \frac{132}{-3}$
 $x\geq -44$
- (10) $-4x\geq 192$
両辺を-4でわると $\frac{-4x}{-4}\leq \frac{192}{-4}$
 $x\leq -48$
- (11) $-5x>-240$
両辺を-5でわると $\frac{-5x}{-5}<\frac{-240}{-5}$
 $x<48$
- (12) $-9x<207$
両辺を-9でわると $\frac{-9x}{-9}>\frac{207}{-9}$
 $x>-23$

3

解説

- (1) $6x-11>4x+1$
 $2x>12$
 $x>6$
- (2) $2x+4\leq 6x-8$
 $-4x\leq -12$
 $x\geq 3$
- (3) $8x+3<6x-17$
 $2x<-20$
 $x<-10$
- (4) $x+7\geq 3x+15$
 $-2x\geq 8$
 $x\leq -4$
- (5) $1-2x\geq x+7$
 $-3x\geq 6$
 $x\leq -2$
- (6) $2-7x<-2x+12$
 $-5x<10$
 $x>-2$
- (7) $8x+12<3x-3$
 $5x<-15$
 $x<-3$
- (8) $4x+3\geq 7x-6$
 $-3x\geq -9$
 $x\leq 3$
- (9) $2x-3<6x-11$
 $-4x<-8$
 $x>2$
- (10) $-1+2x\geq 4x-7$
 $-2x\geq -6$
 $x\leq 3$
- (11) $-x+5>3x+7$
 $-4x>2$
 $x<-\frac{1}{2}$
- (12) $2-3x\leq 12x-3$
 $-15x\leq -5$
 $x\geq \frac{1}{3}$

4

解説

- (1) $3(x-1)\geq 4x-9$
かっこをはすと $3x-3\geq 4x-9$
移項すると $3x-4x\geq -9+3$
 $-x\geq -6$
 $x\leq 6$

- (2) $6(x+3)-8x\geq x+1$
かっこをはすと $6x+18-8x\geq x+1$
移項すると $6x-8x-x\geq 1-18$
 $-3x\geq -17$
 $x\leq \frac{17}{3}$

- (3) $\frac{1}{3}x< x+2$
両辺に3をかけると $x< 3x+6$
移項すると $x-3x< 6$
 $-2x< 6$
 $x> -3$

- (4) $x-3\geq \frac{3-x}{4}$
両辺に4をかけると $4(x-3)\geq 3-x$
かっこをはすと $4x-12\geq 3-x$
移項すると $4x+x\geq 3+12$
 $5x\geq 15$
 $x\geq 3$

- (5) $\frac{x}{7}-2<\frac{x}{3}-6$
両辺に21をかけると $3x-42< 7x-126$
移項すると $3x-7x< -126+42$
 $-4x< -84$
 $x> 21$

- (6) $0.3x+0.2>0.7x+1.4$
両辺に10をかけると $3x+2>7x+14$
移項すると $3x-7x>14-2$
 $-4x>12$
 $x<-3$

- (7) $1.2-0.5(x-2)>2x-5.3$
両辺に10をかけると $12-5(x-2)>20x-53$
かっこをはすと $12-5x+10>20x-53$
移項すると $-5x-20x>-53-12-10$
 $-25x>-75$
 $x<3$

5

解説

- (1) 不等式 $x+6>3(x-3)$ を解くと

$$\begin{aligned} x+6 &> 3x-9 \\ -2x &> -15 \end{aligned}$$

よって $x < \frac{15}{2}$

$\frac{15}{2}=7.5$ であるから、 $x < \frac{15}{2}$ を満たす数のうち、最も大きい整数は 7

- (2) 不等式 $-2x+51>4(7-2x)$ を解くと

$$\begin{aligned} -2x+51 &> 28-8x \\ 6x &> -23 \end{aligned}$$

よって $x > -\frac{23}{6}$

$-\frac{23}{6}=-3.8\cdots$ であるから、 $x > -\frac{23}{6}$ を満たす数のうち、最も小さい整数は -3

- (3) 不等式 $\frac{x}{4}-\frac{3x-1}{3}>1$ を解くと

$$\begin{aligned} 3x-4(3x-1) &> 12 \\ 3x-12x+4 &> 12 \\ -9x &> 8 \end{aligned}$$

よって $x < -\frac{8}{9}$

$-\frac{8}{9}=-0.8\cdots$ であるから、 $x < -\frac{8}{9}$ を満たす数のうち、最も大きい整数は -1

- (4) 不等式 $\frac{n-5}{3}<\frac{3n-8}{2}$ を解くと

$$\begin{aligned} 2(n-5) &< 3(3n-8) \\ 2n-10 &< 9n-24 \\ -7n &< -14 \end{aligned}$$

よって $n > 2$

これを満たす自然数 n のうち、最も小さいものは 3

- (5) ① 不等式 $2x+1>10$ を解くと

$$2x > 9$$

よって $x > \frac{9}{2}$

$\frac{9}{2}=4.5$ であり、 $x > \frac{9}{2}$ を満たす 6 以下の自然数が解であるから $x=5, 6$

図 2 個

- ② 不等式 $5x+4<2(4x-3)$ を解くと

$$\begin{aligned} 5x+4 &< 8x-6 \\ -3x &< -10 \end{aligned}$$

よって $x > \frac{10}{3}$

$\frac{10}{3}=3.3\cdots$ であり、 $x > \frac{10}{3}$ を満たす 6 以下の自然数が解であるから $x=4, 5, 6$

図 3 個

6

解説

- (1) $\begin{cases} 5x \leq 2x+6 & \cdots \cdots \text{①} \\ 2x+3 > -5 & \cdots \cdots \text{②} \end{cases}$

① より $3x \leq 6$

$$x \leq 2 \quad \cdots \cdots \text{③}$$

② より $2x > -8$

$$x > -4 \quad \cdots \cdots \text{④}$$

③, ④ の共通範囲を求めて $-4 < x \leq 2$

- (2) $\begin{cases} -4x-6 \leq -7x & \cdots \cdots \text{①} \\ -2 < 3x+13 & \cdots \cdots \text{②} \end{cases}$

① より $3x \leq 6$

$$x \leq 2 \quad \cdots \cdots \text{③}$$

② より $-3x < 15$

$$x > -5 \quad \cdots \cdots \text{④}$$

③, ④ の共通範囲を求めて $-5 < x \leq 2$

- (3) $\begin{cases} -x+6 \leq 5x & \cdots \cdots \text{①} \\ 4x+3 \leq 7 & \cdots \cdots \text{②} \end{cases}$

① より $-6x \leq -6$

$$x \geq 1 \quad \cdots \cdots \text{③}$$

② より $4x \leq 4$

$$x \leq 1 \quad \cdots \cdots \text{④}$$

③, ④ の共通範囲を求めて $x=1$

- (4) $\begin{cases} 2x+7 \geq 4x-3 & \cdots \cdots \text{①} \\ 3x+5 > -2x & \cdots \cdots \text{②} \end{cases}$

① より $-2x \geq -10$

$$x \leq 5 \quad \cdots \cdots \text{③}$$

② より $5x > -5$

$$x > -1 \quad \cdots \cdots \text{④}$$

③, ④ の共通範囲を求めて $-1 < x \leq 5$

- (5) $\begin{cases} -13 < 2x+7 & \cdots \cdots \text{①} \\ 7x \leq 4x-18 & \cdots \cdots \text{②} \end{cases}$

① より $-2x < 20$

$$x > -10 \quad \cdots \cdots \text{③}$$

② より $3x \leq -18$

$$x \leq -6 \quad \cdots \cdots \text{④}$$

③, ④ の共通範囲を求めて $-10 < x \leq -6$

- (6) $\begin{cases} 3x+3 < 4 & \cdots \cdots \text{①} \\ 2x-2 \leq 9x+12 & \cdots \cdots \text{②} \end{cases}$

① より $3x < 1$

$$x < \frac{1}{3} \quad \cdots \cdots \text{③}$$

② より $-7x \leq 14$

$$x \geq -2 \quad \cdots \cdots \text{④}$$

③, ④ の共通範囲を求めて $-2 \leq x < \frac{1}{3}$

- (7) $\begin{cases} 4x+1 < 3x-1 & \cdots \cdots \text{①} \\ x-9 \geq -4x+6 & \cdots \cdots \text{②} \end{cases}$

① より $x < -2 \quad \cdots \cdots \text{③}$

② より $5x \geq 15$
 $x \geq 3 \quad \cdots \cdots \text{④}$

③, ④ は共通範囲をもたないから、解はない。

- (8) $\begin{cases} 7x-8 \geq 3x+10 & \cdots \cdots \text{①} \\ 2x+5 > 4x-9 & \cdots \cdots \text{②} \end{cases}$

① より $4x \geq 18$

$$x \geq \frac{9}{2} \quad \cdots \cdots \text{③}$$

② より $-2x > -14$

$$x < 7 \quad \cdots \cdots \text{④}$$

③, ④ の共通範囲を求めて $\frac{9}{2} \leq x < 7$

- (9) $\begin{cases} 2x-3 \geq 17-3x & \cdots \cdots \text{①} \\ 8x+13 > 12x-11 & \cdots \cdots \text{②} \end{cases}$

① より $5x \geq 20$

$$x \geq 4 \quad \cdots \cdots \text{③}$$

② より $-4x > -24$

$$x < 6 \quad \cdots \cdots \text{④}$$

③, ④ の共通範囲を求めて $4 \leq x < 6$

- (10) $\begin{cases} 6-2x > 9x+6 & \cdots \cdots \text{①} \\ 3x+6 < 2+x & \cdots \cdots \text{②} \end{cases}$

① より $-11x > 0$

$$x < 0 \quad \cdots \cdots \text{③}$$

② より $2x < -4$

$$x < -2 \quad \cdots \cdots \text{④}$$

③, ④ の共通範囲を求めて $x < -2$

- (11) $\begin{cases} 2x-7 \leq 5x-13 & \cdots \cdots \text{①} \\ 3-8x > -10x-3 & \cdots \cdots \text{②} \end{cases}$

① より $-3x \leq -6$

$$x \geq 2 \quad \cdots \cdots \text{③}$$

② より $2x > -6$

$$x > -3 \quad \cdots \cdots \text{④}$$

③, ④ の共通範囲を求めて $x \geq 2$

- (12) $\begin{cases} 2x+2 < x+7 & \cdots \cdots \text{①} \\ 3x+15 \leq 13-x & \cdots \cdots \text{②} \end{cases}$

① より $x < 5 \quad \cdots \cdots \text{③}$

② より $4x \leq -2$

$$x \leq -\frac{1}{2} \quad \cdots \cdots \text{④}$$

③, ④ の共通範囲を求めて $x \leq -\frac{1}{2}$

7

解説

$$(1) \begin{cases} -3x-2 < x & \cdots \text{①} \\ x < 0 & \cdots \text{②} \end{cases}$$

$$\text{①から} \quad -4x < 2$$

$$\text{よって} \quad x > -\frac{1}{2} \quad \cdots \text{③}$$

$$\text{②と③の共通範囲を求めて} \quad -\frac{1}{2} < x < 0$$

$$(2) \text{各辺から2を引いて} \quad -3-2 \leq 5x \leq 10-2$$

$$\text{すなわち} \quad -5 \leq 5x \leq 8$$

$$\text{各辺を5で割って} \quad -1 \leq x \leq \frac{8}{5}$$

$$(3) \begin{cases} x < 3x+12 & \cdots \text{①} \\ 3x+12 < 8 & \cdots \text{②} \end{cases}$$

$$\text{①から} \quad -2x < 12$$

$$\text{よって} \quad x > -6 \quad \cdots \text{③}$$

$$\text{②から} \quad 3x < -4$$

$$\text{よって} \quad x < -\frac{4}{3} \quad \cdots \text{④}$$

$$\text{③と④の共通範囲を求めて} \quad -6 < x < -\frac{4}{3}$$

$$(4) \text{各辺に6を掛けると}$$

$$6 \times \frac{3x-1}{6} \leq 6 \times \frac{2x+1}{3} \leq 6 \times \frac{x+2}{2}$$

$$\text{すなわち} \quad 3x-1 \leq 4x+2 \leq 3x+6$$

$$3x-1 \leq 4x+2 \text{ から} \quad -x \leq 3$$

$$\text{すなわち} \quad x \geq -3 \quad \cdots \text{①}$$

$$4x+2 \leq 3x+6 \text{ から} \quad x \leq 4 \quad \cdots \text{②}$$

$$\text{①と②の共通範囲を求めて} \quad -3 \leq x \leq 4$$

$$(5) \text{各辺に100を掛けると} \quad -3 \leq 10-2x < 30$$

$$\text{各辺から10を引くと} \quad -13 \leq -2x < 20$$

$$\text{各辺を-2で割ると} \quad -10 < x \leq \frac{13}{2}$$

$$(6) \begin{cases} 2x-1 \leq x-3 & \cdots \text{①} \\ x-3 < 3x-11 & \cdots \text{②} \end{cases}$$

$$\text{①から} \quad x \leq -2 \quad \cdots \text{③}$$

$$\text{②から} \quad -2x < -8$$

$$\text{よって} \quad x > 4 \quad \cdots \text{④}$$

$$\text{③と④の共通範囲はない。}$$

$$\text{したがって、不等式の解は ない}$$

8

解説

菓子Aをx個買うとすると

$$230x + 180(14-x) \leq 3000$$

$$23x + 18(14-x) \leq 300$$

$$23x + 252 - 18x \leq 300$$

$$5x \leq 48$$

$$x \leq \frac{48}{5}$$

$$\frac{48}{5} = 9.6 \text{ で、} x \text{ は整数であるから、菓子Aは最大9個買える。}$$

これは問題に適している。

9

解説

 $x > 10$ として、150円のノートをx冊買うとする。

$$10 \text{ 冊までは各150円、}(x-10) \text{ 冊は } 150 \times \frac{8}{10} = 120 \text{ より、各120円で、合計金額が } 140x$$

円よりも安くなるから

$$150 \times 10 + 120(x-10) < 140x$$

$$1500 + 120x - 1200 < 140x$$

$$-20x < -300$$

$$x > 15$$

 x は整数であるから、16冊以上買えばよい。

これは問題に適している。

10

解説

歩く距離をx m とすると

$$32 \leq \frac{x}{80} + \frac{4000-x}{200} \leq 35$$

各辺に400をかけると

$$12800 \leq 5x + 2(4000-x) \leq 14000$$

$$12800 \leq 3x + 8000 \leq 14000$$

$$4800 \leq 3x \leq 6000$$

$$1600 \leq x \leq 2000$$

よって、1600 m 以上 2000 m 以下にすればよい。

これは問題に適している。

11

解説

(1) 6人ずつかけていくと15人が座れないから、1年生全員の人数は

$$(6x+15) \text{ 人}$$

7人ずつかけていったとき、最後に使った長いすの1つ手前までの長いすに座った生徒

の人数は $7(x-4)$ 人

よって、最後に使った長いすに座っている生徒の人数は

$$(6x+15) - 7(x-4) = 6x+15-7x+28$$

$$= -x+43$$

したがって $(-x+43)$ 人

(2) 7人ずつかけていったとき、最後に使った長いすに座っている生徒の人数は

1人以上7人以下であるから

$$1 \leq -x+43 \leq 7$$

各辺から43をひくと

$$-42 \leq -x \leq -36$$

各辺に-1をかけると

$$42 \geq x \geq 36$$

すなわち $36 \leq x \leq 42$

したがって、長いすの数は36脚以上42脚以下である。

これは問題に適している。

12

解説

$$(1) \quad 4 \leq x \leq 8 \quad \cdots \text{①}$$

$$-6 \leq y \leq 5 \quad \cdots \text{②}$$

$$\text{①、②の各辺をたして} \quad -2 \leq x+y \leq 13$$

$$(2) \quad 4 \leq x \leq 8 \quad \cdots \text{③}$$

$$-6 \leq y \leq 5 \text{ の各辺に4をかけて} \quad -24 \leq 4y \leq 20 \quad \cdots \text{④}$$

$$\text{③、④の各辺をたして} \quad -20 \leq x+4y \leq 28$$

$$(3) \quad 4 \leq x \leq 8 \text{ の各辺に4をかけて} \quad 16 \leq 4x \leq 32 \quad \cdots \text{⑤}$$

$$-6 \leq y \leq 5 \text{ の各辺に-3をかけて} \quad -15 \leq -3y \leq 18 \quad \cdots \text{⑥}$$

$$\text{⑤、⑥の各辺をたして} \quad 1 \leq 4x-3y \leq 50$$

$$(4) \quad 4 \leq x \leq 8 \text{ の各辺に-3をかけて} \quad -24 \leq -3x \leq -12 \quad \cdots \text{⑦}$$

$$-6 \leq y \leq 5 \text{ の各辺に2をかけて} \quad -12 \leq 2y \leq 10 \quad \cdots \text{⑧}$$

$$\text{⑦、⑧の各辺をたして} \quad -36 \leq -3x+2y \leq -2$$

13

解説

$$(1) \begin{cases} 3x+1 > 4x-5 & \cdots \text{①} \\ 2x+3 \geq x+a & \cdots \text{②} \end{cases}$$

$$\text{①より} \quad -x > -6$$

$$\text{すなわち} \quad x < 6 \quad \cdots \text{③}$$

$$\text{②より} \quad x \geq a-3 \quad \cdots \text{④}$$

$$\text{条件から、③、④の共通範囲が} \quad a-3 \leq x < 6 \quad \cdots \text{⑤}$$

の形になり、この範囲に含まれる整数が4と5のみになればよい。

よって、⑤の範囲の左端 $a-3$ が、3より大きく4以下の値をとればよい。

$$\text{すなわち} \quad 3 < a-3 \leq 4$$

$$\text{したがって} \quad 6 < a \leq 7$$

$$(2) \begin{cases} 2(x+1) \geq 5x-2 & \cdots \text{①} \\ -5x < -3x-a & \cdots \text{②} \end{cases}$$

$$\text{①より} \quad -3x \geq -4$$

$$\text{よって} \quad x \leq \frac{4}{3} \quad \cdots \text{③}$$

$$\text{②より} \quad -2x < -a$$

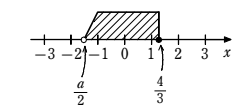
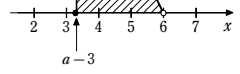
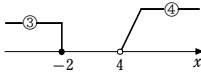
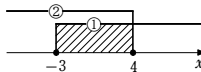
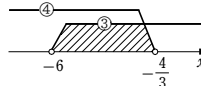
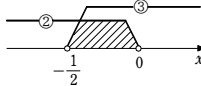
$$\text{よって} \quad x > \frac{a}{2} \quad \cdots \text{④}$$

$$\text{条件から、③と④の共通範囲が} \quad \frac{a}{2} < x \leq \frac{4}{3}$$

の形になり、この範囲に含まれる整数が-1, 0, 1の3個になればよい。

$$\text{よって} \quad -2 \leq \frac{a}{2} < -1$$

$$\text{すなわち} \quad -4 \leq a < -2$$



レベルA

1

解説

- (1) $x+1 < 4$ 移項すると $x < 3$ ……①
 $x-2 \geq -7$ 移項すると $x \geq -5$ ……②
 ①, ②から $-5 \leq x < 3$
- (2) $x-1 \leq 3$ 移項すると $x \leq 4$ ……①
 $x+1 < -4$ 移項すると $x < -5$ ……②
 ①, ②から $x < -5$
- (3) $1 \geq 6-x$ 移項すると $x \geq 5$ ……①
 $x+2 > 3$ 移項すると $x > 1$ ……②
 ①, ②から $x \geq 5$
- (4) $2x-1 > 1$ 移項すると $2x > 2$ 両辺を2で割って $x > 1$ ……①
 $7 < 1-3x$ 移項すると $3x < -6$ 両辺を3で割って $x < -2$ ……②
 ①, ②から 解はない。
- (5) $x+2 < 3x-8$ 移項すると $-2x < -10$ 両辺を-2で割って $x > 5$ ……①
 $10x-5(x-2) > 8(x-2)+5$ $10x-5x+10 > 8x-16+5$
 移項して $-3x > -21$ 両辺を-3で割って $x < 7$ ……②
 ①, ②から $5 < x < 7$
- (6) $7x-6 \leq 2(x+6)$ $7x-6 \leq 2x+12$ 移項すると $5x \leq 18$
 両辺を5で割って $x \leq \frac{18}{5}$ ……①
 $6x-5 > 3x-8$ 移項すると $3x > -3$ 両辺を3で割って $x > -1$ ……②
 ①, ②から $-1 < x \leq \frac{18}{5}$
- (7) $x-3 < 5x+4$ 移項すると $-4x < 7$ 両辺を-4で割って $x > -\frac{7}{4}$ ……①
 $\frac{x-5}{4} \geq \frac{2x+3}{10}$ 両辺に20を掛けて $5(x-5) \geq 2(2x+3)$ $5x-25 \geq 4x+6$
 移項すると $x \geq 31$ ……②
 ①, ②から $x \geq 31$
- (8) $\frac{x}{2} + \frac{1}{3} > \frac{3}{4}x - \frac{1}{3}$ 両辺に12を掛けて $6x+4 > 9x-4$
 移項すると $-3x > -8$ 両辺を-3で割って $x < \frac{8}{3}$ ……①
 $2x+3 \leq 4x-1$ 移項すると $-2x \leq -4$ 両辺を-2で割って $x \geq 2$ ……②
 ①, ②から $2 \leq x < \frac{8}{3}$
- (9) $2x-3 < 3x-2$ 移項すると $-x < 1$ よって $x > -1$ ……①
 $3x-2 < x+4$ 移項すると $2x < 6$ 両辺を2で割って $x < 3$ ……②
 ①, ②から $-1 < x < 3$
- (10) $5 - \frac{x}{2} \leq 2x$ 両辺に2を掛けて $10 - x \leq 4x$
 移項すると $-5x \leq -10$ 両辺を-5で割って $x \geq 2$ ……①
 $2x \leq \frac{x+10}{3}$ 両辺に3を掛けて $6x \leq x+10$
 移項すると $5x \leq 10$ よって $x \leq 2$ ……②
 ①, ②から $x = 2$

2

解説

- (1)
$$\begin{cases} 5(x+3) \leq 2x-1 & \text{……①} \\ \frac{x+7}{6} - 2 < \frac{1}{4}x & \text{……②} \end{cases}$$
- ①を解くと $5x+15 \leq 2x-1$
 $3x \leq -16$
 $x \leq -\frac{16}{3}$ ……③
- ②を解くと $2(x+7)-24 < 3x$
 $2x+14-24 < 3x$
 $-x < 10$
 $x > -10$ ……④
- ③と④の共通範囲を求めて $-10 < x \leq -\frac{16}{3}$
 x は整数であるから $x = -9, -8, -7, -6$
- (2)
$$\begin{cases} 3(x-2)+6 < 4(1+x)+3 & \text{……①} \\ 4(1+x)+3 \leq 0.5x-7 & \text{……②} \end{cases}$$
- ①を解くと $3x-6+6 < 4+4x+3$
 $-x < 7$
 $x > -7$ ……③
- ②を解くと $8(1+x)+6 \leq x-14$
 $8+8x+6 \leq x-14$
 $7x \leq -28$
 $x \leq -4$ ……④
- ③と④の共通範囲を求めて $-7 < x \leq -4$
 x は整数であるから $x = -6, -5, -4$

3

解説

- (1)
$$\begin{cases} 5x-8 > 2x+1 & \text{……①} \\ 2x+3 > 4x-2a & \text{……②} \end{cases}$$
- ①より $3x > 9$
 $x > 3$ ……③
- ②より $-2x > -2a-3$
 $x < \frac{2a+3}{2}$ ……④
- 条件から, ③, ④の共通範囲が
 $3 < x < \frac{2a+3}{2}$ ……⑤

の形になり, この範囲に含まれる整数が4, 5, 6のみになればよい。

よって, ⑤の範囲の右端 $\frac{2a+3}{2}$ が6より大きく7以下の値をとればよい。

すなわち $6 < \frac{2a+3}{2} \leq 7$

$12 < 2a+3 \leq 14$

$9 < 2a \leq 11$

したがって $\frac{9}{2} < a \leq \frac{11}{2}$

(2)
$$\begin{cases} \frac{x}{5} + \frac{1}{10} \geq \frac{x+1}{2} & \text{……①} \\ 2x-1 > 2a & \text{……②} \end{cases}$$

①より $2x+1 \geq 5(x+1)$
 $2x+1 \geq 5x+5$

$-3x \geq 4$

$x \leq -\frac{4}{3}$ ……③

②より $2x > 2a+1$

$x > \frac{2a+1}{2}$ ……④

条件から, ③, ④の共通範囲が

$\frac{2a+1}{2} < x \leq -\frac{4}{3}$ ……⑤

の形になり, この範囲に含まれる整数が-6, -5, -4, -3, -2のみになればよい。

よって, ⑤の範囲の左端 $\frac{2a+1}{2}$ は, -7以上-6未満の値をとればよい。

すなわち $-7 \leq \frac{2a+1}{2} < -6$

$-14 \leq 2a+1 < -12$

$-15 \leq 2a < -13$

したがって $-\frac{15}{2} \leq a < -\frac{13}{2}$

(3) 不等式から
$$\begin{cases} 7x-7 \leq x-6 & \text{……①} \\ x-6 \leq 3x+a & \text{……②} \end{cases}$$

①から $6x \leq 1$ よって $x \leq \frac{1}{6}$ ……①'

②から $-2x \leq a+6$ よって $x \geq -\frac{a+6}{2}$ ……②'

①', ②'の共通範囲は

$-\frac{a+6}{2} \leq x \leq \frac{1}{6}$

x の整数値が6個のとき, 右の図から

$-6 < -\frac{a+6}{2} \leq -5$

各辺に-2を掛けて

$12 > a+6 \geq 10$ すなわち $10 \leq a+6 < 12$

各辺から6を引いて $4 \leq a < 6$

4 [摂南大]

解説

$6x-4 > 3x+5$ から $x > 3$

$2x-1 \leq x+a$ から $x \leq a+1$

ここで, $a \leq 2$ とすると, 連立不等式を満たす整数が5つ存在しない。

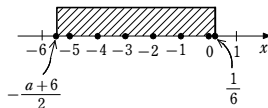
よって $a > 2$

このとき, 連立不等式の解は $3 < x \leq a+1$

この不等式を満たす整数がちょうど5個あるための条件は $8 \leq a+1 < 9$

よって $7 \leq a < 8$

このとき, 5個の整数は4, 5, 6, 7, 8であるから, 最大のものは7, 最小のものは4である。



[5]

解説

100 円硬貨を兄は 30 枚、弟は 10 枚持っているから、兄が弟に x 枚与えたとなると、兄は $(30-x)$ 枚、弟は $(10+x)$ 枚となる。

兄の所持金は弟の所持金の 2 倍より多いから

$$\begin{aligned}100(30-x) &> 100(10+x) \times 2 \\30-x &> 20+2x \\-3x &> -10 \\x &< \frac{10}{3}\end{aligned}$$

x は硬貨の枚数で、自然数であるから $x=1, 2, 3$

このとき、 $30-x$ 、 $10+x$ も自然数となり、問題に適する。

よって、求める金額は 100 円 または 200 円 または 300 円

[6]

解説

大人が x 人入場できるとすると $450x+200 \times 40 \leq 20000$

$$45x+800 \leq 2000$$

$$45x \leq 1200$$

$$x \leq \frac{80}{3}$$

$\frac{80}{3} = 26.6\cdots$ で、 $x \leq \frac{80}{3}$ を満たす最大の自然数 x は $x=26$

これは問題に適している。 図 26 人

[7][愛知工業大]

解説

条件を満たすように x 部作成するとする。

1 部あたりの作成料は

$$x \leq 300 \text{ のとき } \frac{30000}{x} \geq \frac{30000}{300} = 100 \text{ (円)}$$

$$x > 300 \text{ のとき } \frac{30000+70(x-300)}{x} \text{ (円)}$$

$$\frac{30000+70(x-300)}{x} \leq 90 \text{ とすると } 30000+70(x-300) \leq 90x$$

$$\text{これを解くと } x \geq 450$$

したがって、450 部以上作成しなければならない。

[8][武蔵工業大]

解説

大型バスを x 台借りるとすると、中型バスは $(20-x)$ 台借りることになる。

条件から $80x+60(20-x) \geq 1500$

整理すると $20x \geq 300$ よって $x \geq 15$

また、20 台のバスの賃貸料は

$$80000x+70000(20-x) \text{ (円)} \quad \text{すなわち} \quad 10000x+1400000 \text{ (円)}$$

であるから、 x が最小のとき賃貸料は最小となる。

よって、賃貸料の最低額は、 $x=15$ のとき 1550000 円となる。

[9]

解説

長いすの個数を x 個とすると、クラスの生徒の人数は

$$(4x+6) \text{ 人}$$

6 人ずつ座ったとき、最後に使った長いすに座っている生徒の人数は

$$(4x+6)-6(x-2)=18-2x \text{ (人)}$$

よって $1 \leq 18-2x \leq 6$

$$-17 \leq -2x \leq -12$$

$$\frac{17}{2} \geq x \geq 6$$

すなわち $6 \leq x \leq \frac{17}{2}$

$\frac{17}{2} = 8.5$ で、 x は自然数であるから $x=6, 7, 8$

よって、6 個または 7 個または 8 個

これは問題に適している。

[10][共立女子大]

解説

子どもの人数を x とする。

1 人 4 個ずつ配ると 19 個余るから、リンゴの総数は $4x+19$

1 人 7 個ずつ配ると、最後の子どもは 4 個より少なくなるから、 $(x-1)$ 人には 7 個ずつ配ることができ、残ったリンゴが最後の子どもの分となって、これが 4 個より少なくなる。

これを不等式で表すと $0 \leq 4x+19-7(x-1) < 4$

整理して $0 \leq -3x+26 < 4$

各辺から 26 を引いて $-26 \leq -3x < -22$

各辺を -3 で割って $\frac{22}{3} < x \leq \frac{26}{3}$

x は子どもの人数で、自然数であるから $x=8$

したがって、求める人数は 8 人

また、リンゴの総数は $4 \cdot 8+19=51$ (個)

[11][神戸薬科大]

解説

10 % の食塩水を x (g) 混ぜるとする。

これに含まれる食塩は $x \times \frac{10}{100} = \frac{x}{10}$ (g)

また、15 % の食塩水 1000 - x (g) に含まれる食塩は

$$(1000-x) \times \frac{15}{100} = 150 - \frac{3}{20}x \text{ (g)}$$

よって、混ぜ合わせた 1000 g の食塩水に含まれる食塩は

$$\frac{x}{10} + \left(150 - \frac{3}{20}x\right) = 150 - \frac{x}{20} \text{ (g)}$$

ゆえに、条件から $\frac{12}{100} \leq \frac{150 - \frac{x}{20}}{1000} \leq \frac{13}{100}$

各辺に 1000 を掛けて $120 \leq 150 - \frac{x}{20} \leq 130$

よって $-30 \leq -\frac{x}{20} \leq -20$ したがって $400 \leq x \leq 600$

ゆえに、 ≥ 400 g 以上 ≤ 600 g 以下にすればよい。

[12][広島文教女子大]

解説

分母を x とすると、分子は $x-20$ (x は $x > 20$ の自然数)

よって $0.25 \leq \frac{x-20}{x} < 0.35$

$0.25x \leq x-20$ から $x \geq \frac{20}{0.75} = 26.666\cdots$

$x-20 < 0.35x$ から $x < \frac{20}{0.65} = 30.769\cdots$

よって $26.666\cdots \leq x < 30.769\cdots$ ゆえに $x=27, 28, 29, 30$

よって、求める分数は $\frac{7}{27}, \frac{8}{28}, \frac{9}{29}, \frac{10}{30}$ のうち、既約分数であるから $\frac{7}{27}, \frac{9}{29}$

[13]

解説

最初、A の箱に x 個の球を入れたとすると

A、B の重さを比較して

$$95+12x > 100+12(20-x)$$

整理して $24x > 245$ よって $x > \frac{245}{24}$ ……①

A の箱から 1 個減らし、B の箱に 1 個増やしたとき

A、B の重さを比較して

$$95+12(x-1) < 100+12(21-x)$$

整理して $24x < 269$ よって $x < \frac{269}{24}$ ……②

① と ② の共通範囲を求めて $\frac{245}{24} < x < \frac{269}{24}$

x は整数であるから $x=11$

したがって、最初 A の箱に入れた球は 11 個である。

レベルB

[1][2008 広島工業大]

解説

$$3x+5>5x-1 \quad \cdots \cdots ①, \quad 5x+2a>4-x \quad \cdots \cdots ②$$

$$(1) \quad ① \text{ から } 2x<6 \quad \text{よって} \quad x<3$$

$$(2) \quad ② \text{ から } 6x>-2a+4$$

$$\text{ゆえに} \quad x>\frac{-a+2}{3}$$

①, ②を同時に満たす整数が存在し, かつそれが自然数のみになる条件は

$$0 \leq \frac{-a+2}{3} < 2$$

$$\text{ゆえに} \quad \frac{-a+2}{3} \geq 0 \quad \text{から} \quad a \leq 2$$

$$\frac{-a+2}{3} < 2 \quad \text{から} \quad a > -4$$

よって, 求める a の値の範囲は $-4 < a \leq 2$

[2][2014 京都産業大]

解説

$$x-2 < \frac{2x-3}{3} \quad \text{から} \quad 3x-6 < 2x-3 \quad \text{よって} \quad x < 3 \quad \cdots \cdots ①$$

$$2(x+1) > x+a+3 \quad \text{から} \quad x > a+1 \quad \cdots \cdots ②$$

したがって, ① かつ ② を満たす実数 x が存在しないための条件は $a+1 \geq 3$

$$\text{ゆえに} \quad a \geq 2$$

[3][2007 神戸学院大]

解説

$$x > 3a+1 \quad \cdots \cdots ①$$

$$2x-1 > 6(x-2) \quad \text{から} \quad 2x-1 > 6x-12$$

$$\text{これを解くと} \quad x < \frac{11}{4} \quad \cdots \cdots ②$$

(1) ①, ②を同時に満たす x が存在しないための条件は

$$\frac{11}{4} \leq 3a+1$$

$$\text{よって} \quad a \geq \frac{7}{12}$$

(2) $x=2$ は ② を満たすから, ① が $x=2$ を解にもつ条件を求めて

$$2 > 3a+1 \quad \text{よって} \quad a < \frac{1}{3}$$

(3) $3a+1 < x < \frac{11}{4}$ を満たす x の個数が 3 個,

すなわち整数解が $x=0, 1, 2$ となるための条件は $-1 \leq 3a+1 < 0$

$$\text{よって} \quad -\frac{2}{3} \leq a < -\frac{1}{3}$$

[4]

解説

A 地点から x 個目のバス停で乗り換える」とすると, バスに乗る距離は $2x$ km, タクシー

$$\text{に乗る距離は } (26-2x) \text{ km であるから} \quad \frac{2x}{30} + \frac{26-2x}{50} \leq \frac{40}{60}$$

$$\text{これを解くと} \quad x \leq \frac{11}{2} \quad \cdots \cdots ①$$

タクシーで走る距離をできるだけ少なくするには, ① を満たす整数 x の最大の値を求めればよい。

$$\text{したがって} \quad x=5 \quad \text{これは問題に適する。}$$

よって, A 地点から 5 つ目のバス停で乗り換えればよい。

[5]

解説

当日の出席者数を x 人とする。

各人 600 円ずつ集めると, 800 円余るから, 会合の総費用は $(600x-800)$ 円 $\cdots \cdots ①$ で表される。

550 円ずつ集めると, 総費用より 300 円以上不足するから

$$(600x-800)-550x \geq 300 \quad \cdots \cdots ②$$

また, 570 円ずつ集めると, 1 人だけが 460 円未満ですむから

$$(600x-800)-570(x-1) < 460 \quad \cdots \cdots ③$$

連立不等式 ②, ③ を解く。

$$② \text{ を解くと} \quad 60x-80-55x \geq 300$$

$$5x \geq 110$$

$$x \geq 22 \quad \cdots \cdots ④$$

$$③ \text{ を解くと} \quad 60x-80-57x+57 < 460$$

$$3x < 69$$

$$x < 23 \quad \cdots \cdots ⑤$$

④ と ⑤ の共通範囲を求めると $22 \leq x < 23$

x は自然数であるから $x=22$

$$\text{総費用は } x=22 \text{ を } ① \text{ に代入して} \quad 600 \times 22 - 800 = 12400 \text{ (円)}$$

これらは問題に適している。

図 総費用 12400 円, 出席者数 22 人

[6][国士館大]

解説

A さんが初めに持っていたボールペンの本数を x 本とすると, B さんが初めに持っていたボールペンの本数は $(52-x)$ 本

条件から

$$\begin{cases} x - \frac{1}{3}x > (52-x) + \frac{1}{3}x & \cdots \cdots ① \\ x - \frac{1}{3}x - 3 < (52-x) + \frac{1}{3}x + 3 & \cdots \cdots ② \end{cases}$$

$$① \text{ から} \quad \frac{4}{3}x > 52 \quad \text{よって} \quad x > 39 \quad \cdots \cdots ③$$

$$② \text{ から} \quad \frac{4}{3}x < 58 \quad \text{よって} \quad x < \frac{87}{2} \quad \cdots \cdots ④$$

$$③ \text{ と } ④ \text{ の共通範囲は} \quad 39 < x < \frac{87}{2} \quad \text{すなわち} \quad 39 < x < 43.5$$

初めに A さんが B さんにあげるボールペンの本数 $\frac{x}{3}$ は整数であるから, x は 3 の倍数

である。

$$\text{よって} \quad x=42 \quad \text{したがって, 42 本。}$$

[7][国士館大]

解説

赤球が x 個, 白球が y 個とする。

$$[1] \text{ から} \quad y < x < 2y \quad \cdots \cdots ①$$

$$[2] \text{ から} \quad 3x+2y=60 \quad \cdots \cdots ②$$

$$② \text{ から} \quad y=30-\frac{3}{2}x \quad \cdots \cdots ③$$

$$① \text{ に代入すると} \quad 30-\frac{3}{2}x < x < 60-3x \quad \text{よって} \quad 12 < x < 15$$

$$x=13 \text{ のとき, } ③ \text{ から} \quad y=\frac{21}{2} \quad \text{このとき, } y \text{ が整数でないから不適。}$$

$$x=14 \text{ のとき, } ③ \text{ から} \quad y=9 \quad \text{このとき, } y \text{ が整数であるから適する。}$$

$$\text{よって} \quad (\text{ア}) \quad 9 \quad (\text{イ}) \quad 14$$

[8]

解説

今日までの打数を x とすると $x > 3$ で, 今日までの安打数は $0.375x$ である。

昨日までの打率が四捨五入して 0.381 であるから

$$0.3805 \leq \frac{0.375x-1}{x-3} < 0.3815$$

$x-3 > 0$ であるから, 各辺に $x-3$ を掛けて

$$0.3805(x-3) \leq 0.375x-1 < 0.3815(x-3)$$

$$0.3805(x-3) \leq 0.375x-1 \quad \text{から} \quad 3805(x-3) \leq 3750x-10000$$

$$\text{したがって} \quad 55x \leq 1415$$

$$\text{これを解いて} \quad x \leq \frac{283}{11} \quad \text{すなわち} \quad x \leq 25 + \frac{8}{11} \quad \cdots \cdots ①$$

$$0.375x-1 < 0.3815(x-3) \quad \text{から} \quad 3750x-10000 < 3815(x-3)$$

$$\text{したがって} \quad -65x < -1445$$

$$\text{これを解いて} \quad x > \frac{289}{13} \quad \text{すなわち} \quad 22 + \frac{3}{13} < x \quad \cdots \cdots ②$$

$$①, ② \text{ の共通範囲をとって} \quad 22 + \frac{3}{13} < x \leq 25 + \frac{8}{11}$$

x は整数であるから $x=23, 24, 25$

このうち, 安打数 $0.375x$ も整数となるのは $x=24$ のときのみで, その安打数は

$$0.375 \times 24 = 9$$

したがって 打数 24, 安打数 9

[9][摂南大]

解説

昨日までの打率が, 小数第 4 位以下を四捨五入して 0.333 であったから

$${}^{\circ}0.3325 \leq \frac{y}{x} < {}^{\circ}0.3335 \quad \cdots \cdots ①$$

$$② \text{ から} \quad y+3=0.4(x+4) \quad \text{ゆえに} \quad y=0.4x-1.4$$

これを ① に代入し, 分母を払うと

$$0.3325x \leq 0.4x-1.4 < 0.3335x$$

$$\text{よって} \quad \begin{cases} 0.0675x \geq 1.4 \\ 0.0665x < 1.4 \end{cases} \quad \text{すなわち} \quad \begin{cases} x \geq 20.7 \cdots \cdots \\ x < 21.05 \cdots \cdots \end{cases}$$

x は整数であるから $x=21$

よって, 今日までの打数は $21+4=25$

今日までの安打数は, ② から $0.4 \times 25 = 10$

10

解説

- (1) P が出発してから t 秒後に, Q が第 x 番目の目印に到達したとすると

$$14(t-6)=5x$$

$$\text{これを } t \text{ について解くと } 14t-84=5x$$

$$14t=5x+84$$

$$\text{したがって } t=\frac{5}{14}x+6 \quad \text{図} \quad \left(\frac{5}{14}x+6\right) \text{ 秒後}$$

- (2) Q が第 x 番目の目印に到達したとき, P が第 x 番目の目印と第 $(x+1)$ 番目の目印

$$\text{の間にいると考えると } 5x < 11\left(\frac{5}{14}x+6\right) < 5(x+1)$$

$$\text{よって } 5x < \frac{55x+924}{14} < 5x+5$$

$$\text{各辺に } 14 \text{ をかけると } 70x < 55x+924 < 70x+70$$

であるから, 次の連立不等式を解く。

$$\begin{cases} 70x < 55x+924 & \cdots \cdots ① \\ 55x+924 < 70x+70 & \cdots \cdots ② \end{cases}$$

$$① \text{ を解くと } 15x < 924 \quad \text{よって } x < \frac{924}{15} \quad \cdots \cdots ③$$

$$② \text{ を解くと } -15x < -854 \quad \text{よって } x > \frac{854}{15} \quad \cdots \cdots ④$$

$$③ \text{ と } ④ \text{ の共通範囲を求めると } \frac{854}{15} < x < \frac{924}{15}$$

$$\frac{854}{15} = 56\frac{14}{15}, \frac{924}{15} = 61\frac{3}{5} \text{ であるから } 56\frac{14}{15} < x < 61\frac{3}{5}$$

$$x \text{ は整数であるから } x=57, 58, 59, 60, 61$$

Q と P がはじめて隣り合った目印の間にくるのは, このうち最も小さな x の値の場合であるから $x=57$

$$\text{これは問題に適している。} \quad \text{図} \quad x=57$$

1 [金沢工業大]

解説

$$ax \leq -2x+3 \text{ から } (a+2)x \leq 3$$

$$a+2 > 0 \text{ から } x \leq \frac{3}{a+2} \quad \cdots \cdots ①$$

$$\text{また, } -2x+3 \leq bx+2 \text{ から } 1 \leq (b+2)x$$

$$b+2 > 0 \text{ から } \frac{1}{b+2} \leq x \quad \cdots \cdots ②$$

不等式の解は, ①, ②の共通範囲であるから

$$\frac{1}{b+2} \leq x \leq \frac{3}{a+2}$$

$$\text{よって } \frac{1}{b+2} = \frac{1}{10}, \frac{3}{a+2} = \frac{1}{5}$$

$$\text{これを解いて } a=13, b=8$$

2 [東北学院大]

解説

80 円切手を x 枚, 100 円切手を y 枚, 200 円切手を z 枚 (ただし, x, y, z は正の整数) 買うとすると $x+y+z=30 \quad \cdots \cdots ①$

$$x=3z+y \quad \cdots \cdots ②$$

$$80x+100y+200z \leq 3000 \quad \cdots \cdots ③$$

$$② \text{ を } ① \text{ に代入すると } (3z+y)+y+z=30$$

$$\text{よって } y=-2z+15 \quad \cdots \cdots ④$$

$$④ \text{ を } ② \text{ に代入すると } x=3z+(-2z+15)=z+15 \quad \cdots \cdots ⑤$$

$$④, ⑤ \text{ を } ③ \text{ に代入して } 80(z+15)+100(-2z+15)+200z \leq 3000$$

$$\text{よって } z \leq \frac{15}{4} \quad \text{これを満たす最大の整数 } z \text{ は } z=3$$

$$\text{このとき, } ④, ⑤ \text{ から } x=18, y=9$$

これは, x, y, z が正の整数であることを満たす。

したがって, 80 円切手を 18 枚, 100 円切手を 9 枚, 200 円切手を 3 枚買えばよい。

3

解説

値上げ後初日に売った個数を x 個, サービスで配った個数を y 個とし, 値上げ前の 1 個の値段を a 円 ($a > 0$) とする。

$$\text{条件から } a \times (x+y-130) \times 1.65 = 1.1a \times x \quad \cdots \cdots ①$$

$$y = \frac{1}{11}(x+y) \quad \cdots \cdots ②$$

$$① \times \frac{20}{11a} \text{ から } (x+y-130) \times 3 = 2x$$

$$\text{整理すると } x+3y=390 \quad \cdots \cdots ③$$

$$② \text{ から } x=10y \quad \cdots \cdots ④$$

$$③, ④ \text{ を連立して解くと } x=300, y=30$$

$x=300, y=30$ は問題に適する。

$$\text{したがって, 求める個数は } x+y-130=300+30-130=200 \text{ (個)}$$

4 [摂南大]

解説

商品を x 個購入するとする。

$x \leq 20$ のとき, B 店で買った方が安くなるから, 以下, $x > 20$ として考える。

- [1] $20 < x \leq 40$ のとき, A 店で買った方が安くなるとすると

$$250 \cdot 20 + 250 \cdot \frac{80}{100} \cdot (x-20) < 250 \cdot \frac{95}{100} \cdot x$$

$$\text{よって } 400 + 16(x-20) < 19x \quad \text{ゆえに } x > \frac{80}{3}$$

$$20 < x \leq 40 \text{ との共通範囲は } \frac{80}{3} < x \leq 40$$

$$x \text{ は自然数であるから } 27 \leq x \leq 40$$

- [2] $x > 40$ のとき, A 店で買った方が安くなるとすると

$$250 \cdot 20 + 250 \cdot \frac{80}{100} \cdot (x-20) < 250 \cdot \frac{95}{100} \cdot 40 + 250 \cdot \frac{75}{100} \cdot (x-40)$$

$$\text{よって } 400 + 16(x-20) < 760 + 15(x-40) \quad \text{ゆえに } x < 80$$

$$x > 40 \text{ との共通範囲は } 40 < x < 80$$

$$x \text{ は自然数であるから } 41 \leq x \leq 79$$

[1], [2] から, A 店で買った方が安くなるのは, 商品を 79 個以上 79 個以下購入する場合である。

5 [立教大]

解説

$$(1) 7000x \geq y \quad \cdots \cdots ①$$

$$(2) \text{ 応じてくれた OB は } \frac{100-23}{100}x \text{ 人であるから}$$

$$7000 \times \frac{100-23}{100}x = y - 383000 \quad \cdots \cdots ②$$

$$(3) 2000 \times \left(\frac{100-23}{100}x - 60 \right) < 383000 \quad \cdots \cdots ③$$

$$(4) ② \text{ から } y = 5390x + 383000 \quad ① \text{ に代入すると } 7000x \geq 5390x + 383000$$

$$\text{よって } x \geq 237.8 \quad \cdots \cdots ④$$

$$③ \text{ から } 1540x < 503000 \quad \text{よって } x < 326.6 \quad \cdots \cdots ⑤$$

$$\text{また, } x \text{ の } 23\% \text{ は整数であるから, } \frac{23}{100}x = m \text{ (} m \text{ は整数) とおくと } 23x = 100m$$

23 と 100 は互いに素であるから, x は 100 の倍数である。

$$\text{ゆえに, } ④, ⑤ \text{ から } x = 300 \text{ (人)} \quad \cdots \cdots ⑥$$

$$(5) ⑥ \text{ を } ② \text{ に代入すると } y = 2000000 \text{ (円)}$$

$$(6) z = 383000 - 2000 \times \left(\frac{100-23}{100}x - 60 \right) \text{ であるから, } ⑥ \text{ より } z = 41000 \text{ (円)}$$

6 [小樽商科大]

解説

溶液において, A が a グラム, B が b グラム入っている状態を $\begin{pmatrix} a \\ b \end{pmatrix}$ と表すこと

にする. 甲を x グラム, 乙を y グラム混ぜるとする. 甲は $\frac{x}{10}\begin{pmatrix} 7 \\ 3 \end{pmatrix}$ であり乙は

$$\frac{y}{10}\begin{pmatrix} 2 \\ 8 \end{pmatrix} \text{ であり, 甲と乙を混ぜると } \begin{pmatrix} \frac{7x+2y}{10} \\ \frac{3x+8y}{10} \end{pmatrix} \text{ となる. 丙は A と B の比が}$$

$$1:1 \text{ であるから } \frac{7x+2y}{10} = \frac{3x+8y}{10} \quad \text{よって } y = \frac{2}{3}x$$

$$x \geq 6000, y \leq 5000 \text{ のとき } 6000 \leq x \leq 7500 \quad \text{ゆえに } 10000 \leq x+y \leq 12500$$

したがって, 丙は 10000 グラム以上 12500 グラム以下まで作ることが出来る。