

1 [2020 北海道大]

n を 2 以上の自然数とする。1 個のさいころを続けて n 回投げる試行を行い、出た目を順に $X_1, X_2, \dots, X_n$ とする。

- (1) $X_1, X_2, \dots, X_n$ の最大公約数が 3 となる確率を n の式で表せ。
- (2) $X_1, X_2, \dots, X_n$ の最大公約数が 1 となる確率を n の式で表せ。
- (3) $X_1, X_2, \dots, X_n$ の最小公倍数が 20 となる確率を n の式で表せ。

2 [2020 神戸大]

さいころを 3 回投げ、出た目の数を順に a_1, a_2, a_3 とする。このとき、 x_0, x_1, x_2, x_3, x_4 を

$$x_0 = \frac{1}{2}, \quad x_k = a_k x_{k-1} (1 - x_{k-1}) \quad (k=1, 2, 3, 4)$$

で定める。ただし、 $a_4 = 1$ とする。また、 $k=2, 3, 4$ に対して、 $x_k = 0$ となる確率を p_k とし、 $x_k > 0$ となる確率を q_k とする。

- (1) p_2, q_2 を求めよ。
- (2) p_3, q_3 を求めよ。
- (3) p_4 を求めよ。

3 [2020 大阪大]

t を正の実数とする。 xy 平面において、連立不等式

$$x \geq 0, \quad y \geq 0, \quad xy \leq 1, \quad x + y \leq t$$

の表す領域の面積を $S(t)$ とおく。極限 $\lim_{t \rightarrow \infty} (S(t) - 2 \log t)$ を求めよ。

4 [1999 京都大]

α, β, γ は $\alpha > 0, \beta > 0, \gamma > 0, \alpha + \beta + \gamma = \pi$ を満たすものとする。このとき、

$$\sin \alpha \sin \beta \sin \gamma$$

の最大値を求めよ。