

1 [2025 大阪公立大]

a を正の実数とする。 xy 平面において、条件

$$2^{-\frac{1}{2}y} a^{2x} = 2^{-\frac{1}{2}(x^2+1)}$$

を満たす点 (x, y) 全体でつくられる図形を C とする。

- (1) C は放物線であることを示せ。
- (2) $0 < \theta < \pi$ とする。 $a = \sin \theta$ であるときの放物線 C の頂点の座標を (s, t) とする。
 $|s+t| \leq 1$ が成り立つような θ の範囲を求めよ。

2 [2025 東京農工大]

b は正の定数とする。座標平面上を運動する点 P の時刻 t における座標 (x, y) が $x = b \cos t$, $y = \sin 2t$ で表されるとき、次の問いに答えよ。

- (1) $t = \frac{\pi}{3}$ における点 P の速さと加速度の大きさを、それぞれ b を用いて表せ。
- (2) 点 P の速さの最小値を、 b を用いて表せ。
- (3) $b = 2\sqrt{2}$ とする。 $0 < t < \frac{\pi}{2}$ のとき、点 P の速度ベクトルと加速度ベクトルが垂直となる時刻 t を求めよ。

3 [2025 大阪大]

座標空間に 3 点 $O(0, 0, 0)$, $A(0, 1, 1)$, $P(x, y, 0)$ がある。

$\angle OAP = 30^\circ$ かつ $y \geq 0$ を満たすように点 P が動くとき、 $(x+1)(y+1)$ の最大値と最小値を求めよ。

4 [2025 神戸大]

a を 0 でない整数とし、 x の 2 次関数 $f(x)$ を $f(x) = a^2 x^2 - 2a(a-1)x + 2$ と定める。

- (1) $a = 2$ とする。 n を整数とすると、 $f(n)$ の最小値とそのときの整数 n をすべて求めよ。
- (2) $a > 0$ とする。 n を整数とすると、 $f(n)$ の最小値とそのときの整数 n をすべて求めよ。
- (3) $a < 0$ とする。 n を整数とすると、 $f(n)$ の最小値とそのときの整数 n をすべて求めよ。