

1 [2017 神戸大]

次の2つの条件を満たす x の2次式 $f(x)$ を考える。

(i) $y=f(x)$ のグラフは点 $(1, 4)$ を通る。

$$(ii) \int_{-1}^2 f(x) dx = 15$$

- (1) $f(x)$ の1次の項の係数を求めよ。
- (2) 2次方程式 $f(x)=0$ の2つの解を α, β とするとき、 α と β の満たす関係式を求めよ。
- (3) (2)における α, β がともに正の整数となるような $f(x)$ をすべて求めよ。

2 [2017 大阪大]

実数 x, y, z が $x+y+z=1, x+2y+3z=5$ を満たすとする。

- (1) $x^3+y^3+z^3-3xyz$ の最小値を求めよ。
- (2) $z \geq 0$ のとき、 xyz が最大となる z の値を求めよ。

3 [2017 大阪大]

次の条件によって定められる数列 $\{a_n\}$ がある。

$$a_1=2, a_{n+1}=8a_n^2 \quad (n=1, 2, 3, \dots)$$

- (1) $b_n = \log_2 a_n$ とおく。 b_{n+1} を b_n を用いて表せ。
- (2) 数列 $\{b_n\}$ の一般項を求めよ。
- (3) $P_n = a_1 a_2 a_3 \cdots a_n$ とおく。数列 $\{P_n\}$ の一般項を求めよ。
- (4) $P_n > 10^{100}$ となる最小の自然数 n を求めよ。