

1 [1999 京都大]

n, k は自然数で, $n \geq 3, k \geq 2$ を満たすものとする. いま, n 角柱の $n+2$ 個の面に 1 から $n+2$ までの番号が書いてあるものとする. この $n+2$ 個の面に 1 面ずつ, 異なる k 色の中から 1 色ずつ選んでは塗っていく. このとき, どの隣り合う面の組も同一色では塗られない塗り方の数を P_k で表す.

- (1) P_2 と P_3 を求めよ.
- (2) $n=7$ のとき, P_4 を求めよ.

2 [2016 神戸大]

極方程式で表された xy 平面上の曲線 $r=1+\cos\theta$ ($0 \leq \theta \leq 2\pi$) を C とする.

- (1) 曲線 C 上の点を直交座標 (x, y) で表したとき, $\frac{dx}{d\theta}=0$ となる点, および $\frac{dy}{d\theta}=0$ となる点の直交座標を求めよ.
- (2) $\lim_{\theta \rightarrow \pi} \frac{dy}{dx}$ を求めよ.
- (3) 曲線 C の概形を xy 平面上にかけ.
- (4) 曲線 C の長さを求めよ.

3 [2016 大阪大]

- (1) c を正の定数とする. 正の実数 x, y が $x+y=c$ を満たすとき,

$$\left(1 + \frac{1}{x}\right) \left(1 + \frac{1}{y}\right)$$

の最小値を c を用いて表せ.

- (2) 正の実数 x, y, z が $x+y+z=1$ を満たすとき,

$$\left(1 + \frac{1}{x}\right) \left(1 + \frac{1}{y}\right) \left(1 - \frac{4}{3z}\right)$$

の最大値を求めよ.

4 [1999 京都大]

以下の問いに答えよ。ただし、 $\sqrt{2}$ 、 $\sqrt{3}$ 、 $\sqrt{6}$ が無理数であることを用いてもよい。

- (1) 有理数 p 、 q 、 r について、 $p + q\sqrt{2} + r\sqrt{3} = 0$ ならば、 $p = q = r = 0$ であることを示せ。
- (2) 実数係数の 2 次式 $f(x) = x^2 + ax + b$ について、 $f(1)$ 、 $f(1 + \sqrt{2})$ 、 $f(\sqrt{3})$ のいずれかは無理数であることを示せ。