

**1** [2014 神戸大]

$n$  を自然数とする。1 から  $2n$  までの番号をつけた  $2n$  枚のカードを袋に入れ、よくかき混ぜて  $n$  枚を取り出し、取り出した  $n$  枚のカードの数字の合計を  $A$ 、残された  $n$  枚のカードの数字の合計を  $B$  とする。

- (1)  $n$  が奇数のとき、 $A$  と  $B$  が等しくないことを示せ。
- (2)  $n$  が偶数のとき、 $A$  と  $B$  の差は偶数であることを示せ。
- (3)  $n=4$  のとき、 $A$  と  $B$  が等しい確率を求めよ。

**2** [2014 大阪大]

$i$  は虚数単位とし、実数  $a, b$  は  $a^2 + b^2 > 0$  を満たす定数とする。複素数  $(a + bi)(x + yi)$  の実部が 2 に等しいような座標平面上の点  $(x, y)$  全体の集合を  $L_1$  とし、また  $(a + bi)(x + yi)$  の虚部が  $-3$  に等しいような座標平面上の点  $(x, y)$  全体の集合を  $L_2$  とする。

- (1)  $L_1$  と  $L_2$  はともに直線であることを示せ。
- (2)  $L_1$  と  $L_2$  は互いに垂直であることを示せ。
- (3)  $L_1$  と  $L_2$  の交点を求めよ。

**3** [2014 大阪大]

- (1)  $\cos x + \cos y \neq 0$  を満たすすべての実数  $x, y$  に対して等式

$$\tan \frac{x+y}{2} = \frac{\sin x + \sin y}{\cos x + \cos y}$$

が成り立つことを証明せよ。

- (2)  $\cos x + \cos y + \cos z \neq 0$  を満たすすべての実数  $x, y, z$  に対して等式

$$\tan \frac{x+y+z}{3} = \frac{\sin x + \sin y + \sin z}{\cos x + \cos y + \cos z}$$

は成り立つか。成り立つときは証明し、成り

立たないときは反例を挙げよ。