

## 1 [2017 鹿児島大]

O を原点とする座標平面において、 $C_1$  を曲線  $\frac{x^2}{3^2} + y^2 = 1$ 、 $C_2$  を直線  $y=2$  とする。点 P は第1象限にある  $C_1$  上のある点とし、点 P における  $C_1$  の接線を  $\ell$ 、この接線  $\ell$  と  $C_2$  との交点を Q とおく。

- (1) 点 P の座標を  $P(3\cos\theta, \sin\theta)$  と表すとき、接線  $\ell$  の方程式、および点 Q の座標を  $\theta$  を用いて求めよ。
- (2)  $\triangle POQ$  の面積を最小にする点 P の座標、および接線  $\ell$  の方程式を求めよ。
- (3) (2) のとき、曲線  $C_1$  で囲まれた図形と  $\triangle POQ$  との共通部分の面積を求めよ。

## 2 [2017 神戸大]

$\vec{v}_1=(1, 1, 1)$ ,  $\vec{v}_2=(1, -1, -1)$ ,  $\vec{v}_3=(-1, 1, -1)$ ,  $\vec{v}_4=(-1, -1, 1)$  とする。座標空間内の動点 P が原点 O から出発し、正四面体のさいころ (1, 2, 3, 4 の目がそれぞれ確率  $\frac{1}{4}$  で出る) を振るごとに、出た目が  $k$  ( $k=1, 2, 3, 4$ ) のときは  $\vec{v}_k$  だけ移動する。すなわち、さいころを  $n$  回振った後の動点 P の位置を  $P_n$  として、さいころを  $(n+1)$  回目に振って出た目が  $k$  ならば  $\overrightarrow{P_n P_{n+1}} = \vec{v}_k$  である。ただし、 $P_0=O$  である。

- (1) 点  $P_2$  が  $x$  軸上にある確率を求めよ。
- (2)  $\overrightarrow{P_0 P_2} \perp \overrightarrow{P_2 P_4}$  となる確率を求めよ。
- (3) 4点  $P_0, P_1, P_2, P_3$  が同一平面上にある確率を求めよ。
- (4)  $n$  を 6 以下の自然数とする。 $P_n=O$  となる確率を求めよ。

## 3 [1999 京都大]

平面上に 2 定点 A, B をとる。  $c$  は正の定数として、平面上の点 P が

$$|\overrightarrow{PA}| |\overrightarrow{PB}| + \overrightarrow{PA} \cdot \overrightarrow{PB} = c$$

を満たすとき、点 P の軌跡を求めよ。

**4** [2017 大阪大]

$b, c$  を実数とする。2 次関数  $f(x) = -x^2 + bx + c$  が  $0 \leq f(1) \leq 2, 5 \leq f(3) \leq 6$  を満たすとする。

- (1)  $f(4)$  のとりうる値の範囲を求めよ。
- (2) 放物線  $y = f(x)$  の頂点の  $y$  座標  $q$  のとりうる値の範囲を求めよ。
- (3) 放物線  $y = f(x)$  の頂点の  $y$  座標が 6 のとき、放物線  $y = f(x)$  と  $x$  軸で囲まれた部分の面積  $S$  を求めよ。