

1 [2014 神戸大]

n を自然数とする。1 から $2n$ までの番号をつけた $2n$ 枚のカードを袋に入れ、よくかき混ぜて n 枚を取り出し、取り出した n 枚のカードの数字の合計を A 、残された n 枚のカードの数字の合計を B とする。

- (1) n が奇数のとき、 A と B が等しくないことを示せ。
- (2) n が偶数のとき、 A と B の差は偶数であることを示せ。
- (3) $n=4$ のとき、 A と B が等しい確率を求めよ。

2 [2014 大阪大]

- (1) $\cos x + \cos y \neq 0$ を満たすすべての実数 x, y に対して等式

$$\tan \frac{x+y}{2} = \frac{\sin x + \sin y}{\cos x + \cos y} \text{ が成り立つことを証明せよ。}$$

- (2) $\cos x + \cos y + \cos z \neq 0$ を満たすすべての実数 x, y, z に対して等式

$$\tan \frac{x+y+z}{3} = \frac{\sin x + \sin y + \sin z}{\cos x + \cos y + \cos z} \text{ は成り立つか。成り立つときは証明し、成り立たないときは反例を挙げよ。}$$

3 [2014 大阪大]

$\sum_{n=1}^{40000} \frac{1}{\sqrt{n}}$ の整数部分を求めよ。

4 [2001 京都大]

次の極限値を求めよ。

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \int_0^{n\pi} e^{-x} |\sin nx| dx$$