

1 [2015 大阪大]

平面上に長さ 2 の線分 AB を直径とする円 C がある。2 点 A, B を除く C 上の点 P に対し、 $AP=AQ$ となるように線分 AB 上の点 Q をとる。また、直線 PQ と円 C の交点のうち、 P でない方を R とする。

- (1) $\triangle AQR$ の面積を $\theta = \angle PAB$ を用いて表せ。
- (2) 点 P を動かして $\triangle AQR$ の面積が最大になるとき、 $\overrightarrow{AR}$ を $\overrightarrow{AB}$ と $\overrightarrow{AP}$ を用いて表せ。

2 [2015 神戸大]

数列 $\{a_n\}, \{b_n\}, \{c_n\}$ が $a_1=5, b_1=7$ を満たし、更にすべての実数 x とすべての自然数 n に対して

$$x(a_{n+1}x + b_{n+1}) = \int_{c_n}^{x+c_n} (a_nt + b_n) dt$$

を満たすとする。

- (1) 数列 $\{a_n\}$ の一般項を求めよ。
- (2) $c_n=3^{n-1}$ のとき、数列 $\{b_n\}$ の一般項を求めよ。
- (3) $c_n=n$ のとき、数列 $\{b_n\}$ の一般項を求めよ。

3 [2015 神戸大]

a, b, c を 1 以上 7 以下の自然数とする。次の条件 (*) を考える。

(*) 3 辺の長さが a, b, c である三角形と、3 辺の長さが $\frac{1}{a}, \frac{1}{b}, \frac{1}{c}$ である三角形が

両方とも存在する。

- (1) $a=b>c$ であり、かつ条件 (*) を満たす a, b, c の組の個数を求めよ。
- (2) $a>b>c$ であり、かつ条件 (*) を満たす a, b, c の組の個数を求めよ。
- (3) 条件 (*) を満たす a, b, c の組の個数を求めよ。