

【定期試験対策講習】

2 学期 中間 考查 対策教材②

中 1 六甲数学

【注意事項】

本教材は

数学 1 「不等式」

数学 2 「空間図形」後半、「平行線と角」

の範囲から重要度の高い問題を集めています。

間違った問題は、本番では必ずできるように何度も解き直しをしてください。

【問題】

1

不等式 $9(x+2) < 6+5x$ の解が、 x についての不等式 $x-a < \frac{1}{3}x+3$ の解と等しくなるように、 a の値を定めなさい。

2

x についての不等式 $x - \frac{3a-x}{2} > \frac{5x-9a}{4} - 2$ の解が $x > -20$ に含まれるように a の値の範囲を求めなさい。

3

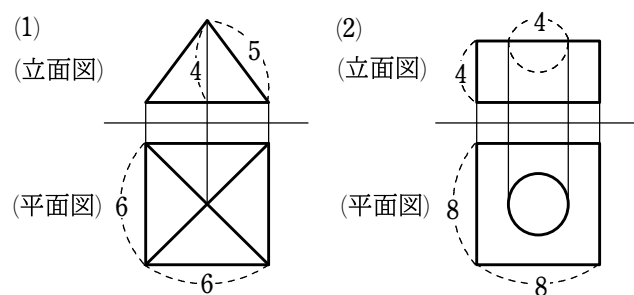
学校の生徒会で文集を作ることになった。費用は 30 冊まで 8000 円であるが、それをこえる分については、1 冊あたり 120 円かかる。この文集を何冊以上作れば、1 冊あたりの費用が 150 円以下ですむか答えなさい。

4

10 % の食塩水が 660 g ある。これに食塩を加えて、12 % 以上の食塩水を作りたい。食塩を何 g 以上加えればよいか答えなさい。

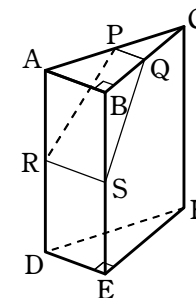
5

右の投影図で表される立体の表面積と体積を求めなさい。
ただし、単位は cm とする。



6

右の図は、 $\angle ABC = \angle DEF = 90^\circ$ の 2 つの直角三角形 ABC, DEF を底面とする三角柱で、点 P, Q, R, S はそれぞれ辺 AC, BC, AD, BE の中点である。このとき、 $PQ \parallel AB$ であり、 $AB : PQ = 2 : 1$ である。
 $AB = 2$ cm, $BC = 4$ cm, $BE = 6$ cm のとき、P, Q, C, R, S, D, E, F を頂点とする立体の体積を求めなさい。

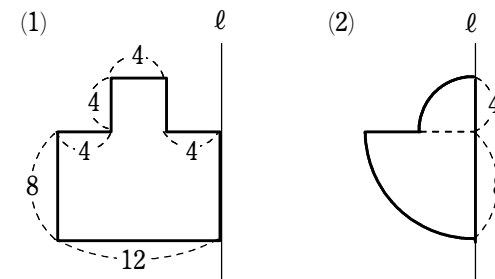


7

半径 6 cm, 高さ 10 cm の円柱の形をした容器に深さ 6 cm まで水が入っている。この中に半径 3 cm の鉄の球を底まで静かに入れたとき、水面は何 cm 上昇するかを答えなさい。

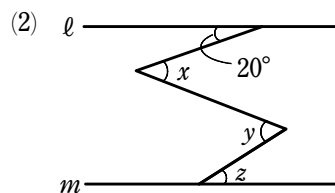
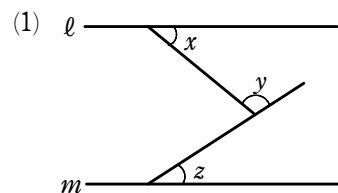
8

右の図形を、直線 ℓ を軸として 1 回転させてできる立体の表面積と体積を求めなさい。
ただし、単位は cm とする。



9

次の図で、 $\ell \parallel m$ のとき、 $\angle x$, $\angle y$, $\angle z$ の関係を式で表しなさい。



10

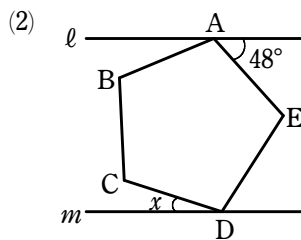
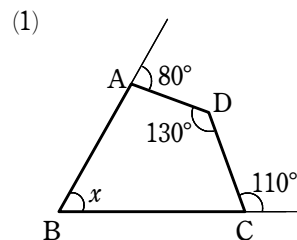
次のような正多角形は、正何角形であるか答えなさい。

- (1) 1つの内角の大きさが 156° であるような正多角形
- (2) 1つの内角の大きさが、その外角の大きさより 140° 大きい正多角形
- (3) 1つの内角の大きさがその外角の大きさの 7.5 倍である正多角形

11

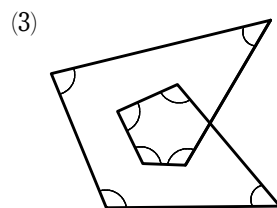
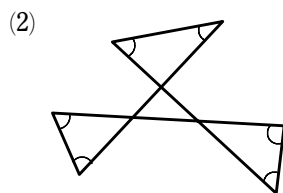
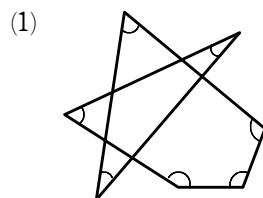
右の図で、 $\angle x$ の大きさを求めなさい。

(2) の五角形 $ABCDE$ は正五角形で、 $\ell \parallel m$ である。



12

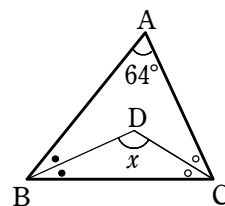
次の図において、印をつけた角の大きさの和を求めなさい。



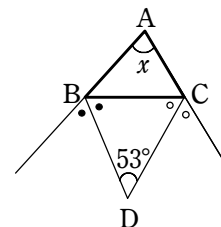
13

次の図において、 $\angle x$ の大きさを求めなさい。

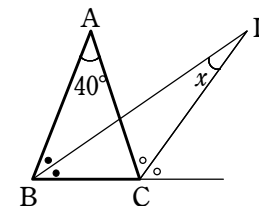
(1)



(2)



(3)



14

連立不等式 $\begin{cases} 4x-5 < 3x+2 & \dots\dots ① \\ 8-3x < 2-x & \dots\dots ② \end{cases}$ を解きなさい。

15

連立不等式 $\begin{cases} 3x-8 < 1 & \dots\dots ① \\ \frac{5}{6} - \frac{x-4}{3} \leq \frac{2-3x}{2} & \dots\dots ② \end{cases}$ を解きなさい。

16

次の連立不等式を解きなさい。

(1) $-8 < 3x-5 < 4$

(2) $10 \leq 13-x < 5(1-x)$

17

客 5 人乗りのタクシーと客 4 人乗りのタクシーを合わせて 7 台使って、32 人の客を運びたい。1 台の料金は、5 人乗りは 660 円、4 人乗りは 600 円である。全体の料金が 4500 円をこえないようにするには、5 人乗りと 4 人乗りのタクシーを、それぞれ何台使えばよいか答えなさい。

【解答&解説】

1

【解答】 $a = -5$

2

【解答】 $a \leq 4$

3

【解答】 147 冊以上

4

【解答】 15 g 以上

5

【解答】 表面積，体積の順に

(1) 96 cm^2 , 48 cm^3 (2) $(256 + 4\pi) \text{ cm}^2$, $\left(256 - \frac{16}{3}\pi\right) \text{ cm}^3$

6

【解答】 19 cm^3

7

【解答】 1 cm

8

【解答】 表面積，体積の順に

(1) $576\pi \text{ cm}^2$, $1344\pi \text{ cm}^3$ (2) $208\pi \text{ cm}^2$, $384\pi \text{ cm}^3$

9

【解答】 (1) $\angle x + \angle y + \angle z = 180^\circ$ (2) $\angle x - \angle y + \angle z = 20^\circ$

10

【解答】 (1) 正十五角形 (2) 正十八角形 (3) 正十七角形

11

【解答】 (1) 60° (2) 12°

12

【解答】 (1) 540° (2) 360° (3) 720°

13

【解答】 (1) 122° (2) 74° (3) 20°

14

【解答】 $3 < x < 7$

15

【解答】 $x \leq -1$

16

【解答】 (1) $-1 < x < 3$ (2) $x < -2$

17

【解答】 5 人乗り 4 台と 4 人乗り 3 台 または 5 人乗り 5 台と 4 人乗り 2 台

1

【解説】

不等式 $9(x+2) < 6+5x$ を解くと

$$9x + 18 < 6 + 5x$$

$$4x < -12$$

$$x < -3 \quad \dots\dots \textcircled{1}$$

不等式 $x - a < \frac{1}{3}x + 3$ を解くと

$$3x - 3a < x + 9$$

$$2x < 3a + 9$$

$$x < \frac{3a+9}{2} \quad \dots\dots \textcircled{2}$$

① と ② が同じ式になればよいから $-3 = \frac{3a+9}{2}$

これを解いて $a = -5$

2

【解説】

$$x - \frac{3a-x}{2} > \frac{5x-9a}{4} - 2$$

両辺に 4 をかけると $4x - 2(3a - x) > 5x - 9a - 8$

$$x > -3a - 8$$

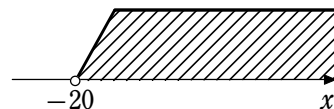
$x > -3a - 8$ を満たす x の値が $x > -20$ を満たせばよいから

$$-3a - 8 \geq -20$$

$$-3a \geq -12$$

したがって

$$a \leq 4$$



3

解説

30 冊までの 1 冊あたりの費用は $\frac{8000}{30} = 266.6\cdots$ 円以上、すなわち 267 円以上である。

$x > 30$ として、 x 冊作るときを考えると $8000 + 120(x - 30) \leq 150x$

$$800 + 12(x - 30) \leq 15x$$

$$800 + 12x - 360 \leq 15x$$

$$-3x \leq -440$$

$$x \geq \frac{440}{3}$$

$\frac{440}{3} = 146.6\cdots$ で、 x は自然数であるから $x \geq 147$

これは問題に適している。 答 147 冊以上

4

解説

10 % の食塩水 660 g に含まれる食塩の重さは $660 \times \frac{10}{100} = 66$ (g)

よって、食塩を x g 加えたときの濃度は $\frac{66+x}{660+x} \times 100$ (%) となる。

これが 12 % 以上となればよいから $\frac{66+x}{660+x} \times 100 \geq 12$

$660 + x > 0$ であるから、両辺に $660 + x$ をかけると

$$100(66 + x) \geq 12(660 + x)$$

これを解くと $6600 + 100x \geq 7920 + 12x$

$$88x \geq 1320$$

$$x \geq 15$$

したがって、食塩を 15 g 以上加えればよい。これは問題に適している。

答 15 g 以上

5

解説

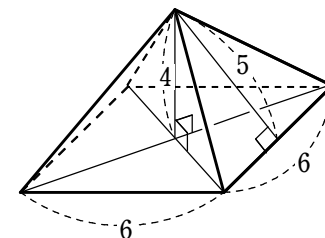
(1) この立体は、底面が 1 辺 6 cm の正方形で、高さ 4 cm の正四角錐である。

求める表面積は

$$\left(\frac{1}{2} \times 6 \times 5\right) \times 4 + 6^2 = 96 \text{ (cm}^2\text{)}$$

求める体積は

$$\frac{1}{3} \times 6^2 \times 4 = 48 \text{ (cm}^3\text{)}$$



(2) この立体は、底面の縦と横が 8 cm、高さ 4 cm の直方体から、半径 2 cm の半球を取り除いたものである。

求める表面積は

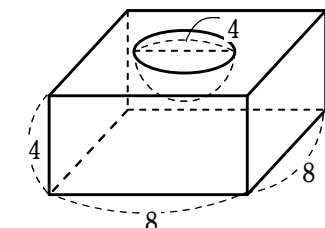
$$8^2 \times 2 + (4 \times 8) \times 4 - \pi \times 2^2 + (4\pi \times 2^2) \times \frac{1}{2}$$

$$= 256 + 4\pi \text{ (cm}^2\text{)}$$

求める体積は

$$8 \times 8 \times 4 - \frac{4}{3} \pi \times 2^3 \times \frac{1}{2}$$

$$= 256 - \frac{16}{3} \pi \text{ (cm}^3\text{)}$$



6

解説

$$BQ = 4 \div 2 = 2 \text{ (cm)}$$

$$AR = BS = 6 \div 2 = 3 \text{ (cm)}$$

三角柱 ABCDEF の体積は

$$\frac{1}{2} \times 2 \times 4 \times 6 = 24 \text{ (cm}^3\text{)}$$

P を通り面 BCFE に平行な平面と、辺 AB, RS との交点を、それぞれ G, H とする。
このとき、

$$BG=SH=1 \text{ cm}, PG=2 \text{ cm}, GH=3 \text{ cm}$$

である。

三角柱 PGHQBS の体積は

$$\frac{1}{2} \times 2 \times 3 \times 1 = 3 (\text{cm}^3)$$

四角錐 P-ARHG の体積は

$$\frac{1}{3} \times (3 \times 1) \times 2 = 2 (\text{cm}^3)$$

よって、求める体積は

$$24 - 3 - 2 = 19 (\text{cm}^3)$$

7

(解説)

鉄の球の体積は

$$\frac{4}{3} \pi \times 3^3 = 36\pi (\text{cm}^3)$$

底面積が $\pi \times 6^2 = 36\pi (\text{cm}^2)$ で、
鉄の球と体積が等しい円柱の高
さの分だけ水面は上昇する。

よって、水面は

$36\pi \div 36\pi = 1 (\text{cm})$ 上昇する。

8

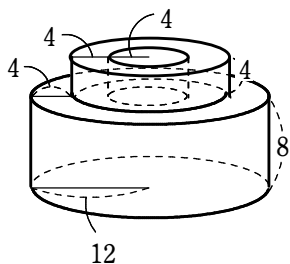
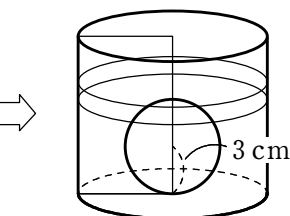
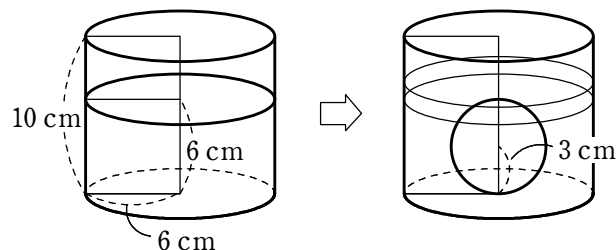
(解説)

(1) できる立体は、右の図のようになる。

これは、底面の半径が 12 cm、高さ 8 cm の円柱と、
底面の半径が 8 cm、高さ 4 cm の円柱を合わせた
ものから、底面の半径が 4 cm、高さ 4 cm の円柱を
除いたものである。

求める表面積は

$$(\pi \times 12^2) \times 2 + 8 \times (2\pi \times 12) + 4 \times (2\pi \times 8) + 4 \times (2\pi \times 4)$$



$$= 576\pi (\text{cm}^2)$$

求める体積は

$$(\pi \times 12^2) \times 8 + (\pi \times 8^2) \times 4 - (\pi \times 4^2) \times 4 = 1344\pi (\text{cm}^3)$$

(2) できる立体は、右の図のようになる。

これは、半径 8 cm の半球と、半径 4 cm の半球を
合わせたものである。

求める表面積は

$$(4\pi \times 8^2) \times \frac{1}{2} + (4\pi \times 4^2) \times \frac{1}{2} + \pi \times 8^2 - \pi \times 4^2$$

$$= 208\pi (\text{cm}^2)$$

求める体積は

$$\left(\frac{4}{3}\pi \times 8^3\right) \times \frac{1}{2} + \left(\frac{4}{3}\pi \times 4^3\right) \times \frac{1}{2} = 384\pi (\text{cm}^3)$$

9

(解説)

(1) 右の図のように、直線 ℓ と m に平行な直線 n
を引く。

右の図で、 $\ell \parallel n$ より

$$\angle a = \angle x$$

$m \parallel n$ より $\angle b = \angle z$

$\angle b + \angle a + \angle y = 180^\circ$ であるから

$$\angle x + \angle y + \angle z = 180^\circ$$

(2) 右の図のように、直線 ℓ と m に平行な直線 n ,
 n' を引く。

右の図で、 $\ell \parallel n$ より

$$\angle a = 20^\circ$$

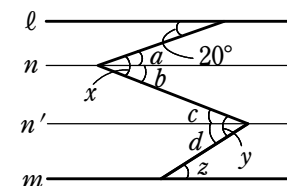
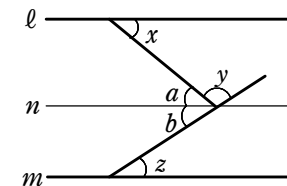
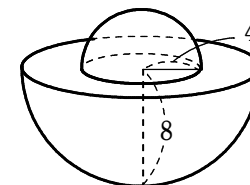
よって $\angle b = \angle x - 20^\circ$

$n \parallel n'$ より $\angle c = \angle b = \angle x - 20^\circ \dots\dots ①$

$m \parallel n'$ より $\angle d = \angle z \dots\dots ②$

$\angle y = \angle c + \angle d$ であるから、①、② より

$$\angle y = \angle x - 20^\circ + \angle z$$



よって $\angle x - \angle y + \angle z = 20^\circ$

10

解説

- (1) 1つの外角の大きさは $180^\circ - 156^\circ = 24^\circ$

正 n 角形の外角の大きさはすべて等しく、その和は 360° であるから

$$n = 360 \div 24 = 15 \quad \text{答} \quad \text{正十五角形}$$

- 別解 正 n 角形の1つの内角の大きさが 156° であるとき

$$180^\circ \times (n - 2) = 156^\circ \times n$$

$$\text{よって} \quad 45(n - 2) = 39n$$

$$\text{すなわち} \quad 6n = 90$$

$$\text{したがって} \quad n = 15 \quad \text{答} \quad \text{正十五角形}$$

- (2) 1つの外角の大きさを x° とすると、1つの内角の大きさは $x^\circ + 140^\circ$ である。

$$\text{ゆえに} \quad x^\circ + (x^\circ + 140^\circ) = 180^\circ$$

$$\text{すなわち} \quad 2x^\circ = 40^\circ$$

$$\text{よって} \quad x^\circ = 20^\circ$$

$$\text{外角の和は } 360^\circ \text{ であるから} \quad n = 360 \div 20 = 18 \quad \text{答} \quad \text{正十八角形}$$

- 別解 正 n 角形の外角の和は 360° である。

内角1つの大きさがその外角より 140° 大きいから

$$180^\circ \times (n - 2) = 360^\circ + 140^\circ \times n$$

$$\text{よって} \quad 9(n - 2) = 18 + 7n$$

$$\text{すなわち} \quad 2n = 36$$

$$\text{したがって} \quad n = 18 \quad \text{答} \quad \text{正十八角形}$$

- (3) 1つの外角の大きさを x° とすると、1つの内角の大きさは $180^\circ - x^\circ$ である。

問題文より、1つの内角の大きさは $7.5 \times x^\circ$ でもあるから

$$180^\circ - x^\circ = 7.5 \times x^\circ$$

$$\text{両辺を2倍して} \quad 360^\circ - 2x^\circ = 15x^\circ$$

$$\text{よって} \quad x = \frac{360}{17}$$

$$\text{外角の和は } 360^\circ \text{ であるから} \quad 360 \div \frac{360}{17} = 17 \quad \text{答} \quad \text{正十七角形}$$

11

解説

- (1) $\angle DAB = 180^\circ - 80^\circ = 100^\circ$

$$\angle DCB = 180^\circ - 110^\circ = 70^\circ$$

四角形 ABCD の内角の和は

$$180^\circ \times (4 - 2) = 360^\circ$$

$$\text{よって} \quad 100^\circ + \angle x + 70^\circ + 130^\circ = 360^\circ$$

$$\begin{aligned} \text{したがって} \quad \angle x &= 360^\circ - (100^\circ + 70^\circ + 130^\circ) \\ &= 360^\circ - 300^\circ = 60^\circ \end{aligned}$$

- (2) 辺 AE の延長と m の交点を F とする。

五角形 ABCDE は正五角形であるから、

1つの内角の大きさは

$$180^\circ \times (5 - 2) \div 5 = 108^\circ$$

$\ell \parallel m$ であるから

$$\angle EFD = 48^\circ$$

$\triangle EDF$ において、内角と外角の性質から

$$\angle EDF = 108^\circ - 48^\circ = 60^\circ$$

$$\text{よって} \quad \angle x + 108^\circ + 60^\circ = 180^\circ$$

$$\text{したがって} \quad \angle x = 180^\circ - (108^\circ + 60^\circ) = 12^\circ$$

- 別解 右の図のように、正五角形 ABCDE の2つ

の頂点 C, D が直線 m 上にある場合を考える。

図のように、 ℓ 上に点 G をとると

$$\angle GAE = (180^\circ - 108^\circ) \div 2 = 36^\circ$$

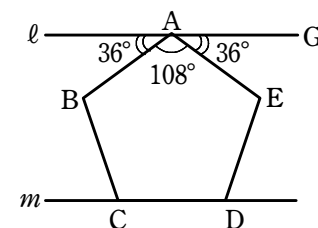
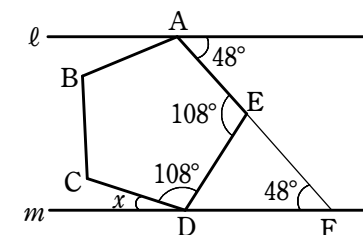
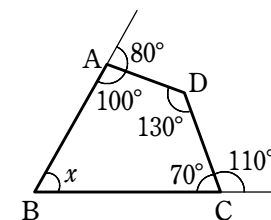
となる。

問題文の図は、右の図の状態から、点 D を中心

として、正五角形を時計回りに $48^\circ - 36^\circ = 12^\circ$

だけ回転したものである。

$$\text{したがって} \quad \angle x = 12^\circ$$



12

(解説)

- (1) 右の図のように各頂点を定める。

 $\triangle ACI$ の内角と外角の性質から

$$\angle HIF = \angle A + \angle C$$

 $\triangle BHG$ の内角と外角の性質から

$$\angle IHD = \angle B + \angle G$$

よって、求める和は五角形

 $HDEFI$ の内角の和に等しいから

$$180^\circ \times (5 - 2) = 540^\circ$$

- (2) 右の図のように各頂点を定める。

 $\triangle AGF$ の内角と外角の性質から

$$\angle AGH = \angle A + \angle F$$

 $\triangle BCH$ の内角と外角の性質から

$$\angle CHI = \angle B + \angle C$$

 $\triangle DEI$ の内角と外角の性質から

$$\angle EIG = \angle D + \angle E$$

よって、求める和は $\triangle GHI$ の外角の和であるから 360°

- (3) 右の図のように各頂点を定め、A と D、E と H

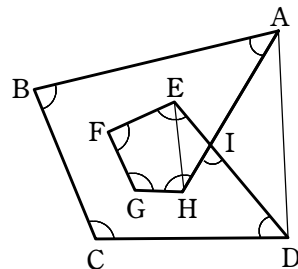
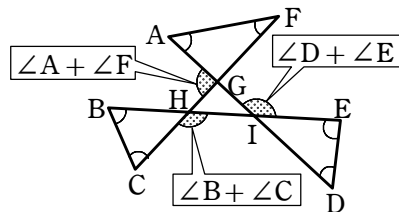
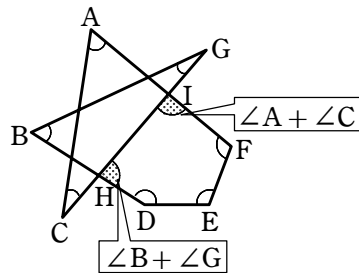
をそれぞれ結ぶ。

このとき、 $\triangle EHI$ と $\triangle AID$ において、内角と外角の性質から

$$\begin{aligned} \angle IEH + \angle IHE &= \angle DIH \\ &= \angle IAD + \angle IDA \end{aligned}$$

よって、求める和は四角形 $ABCD$ と四角形 $EFGH$ の内角の和を合わせたものに等しいから

$$360^\circ \times 2 = 720^\circ$$



13

(解説)

- (1) 右の図で、
- $\triangle BCD$
- の内角の和は
- 180°
- であるから

$$\angle x = 180^\circ - (a^\circ + b^\circ) \dots\dots ①$$

また、 $\triangle ABC$ の内角の和は 180° であるから

$$64^\circ + 2(a^\circ + b^\circ) = 180^\circ$$

よって $a^\circ + b^\circ = 58^\circ \dots\dots ②$ ① と ② から $\angle x = 180^\circ - 58^\circ = 122^\circ$

- (2) 右の図で、
- $\triangle BDC$
- の内角の和は
- 180°
- であるから

$$a^\circ + b^\circ + 53^\circ = 180^\circ$$

よって $a^\circ + b^\circ = 127^\circ \dots\dots ①$ また、 $\triangle ABC$ の外角の和は 360° であるから

$$(180^\circ - \angle x) + 2(a^\circ + b^\circ) = 360^\circ$$

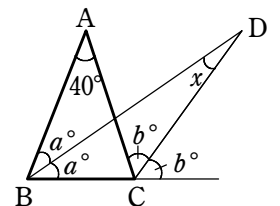
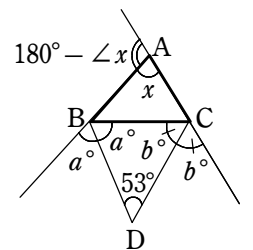
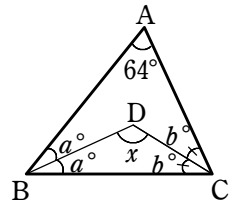
よって $\angle x = 2(a^\circ + b^\circ) - 180^\circ \dots\dots ②$ ① と ② から $\angle x = 2 \times 127^\circ - 180^\circ = 74^\circ$

- (3) 右の図で、
- $\triangle BCD$
- の内角と外角の性質から

$$\angle x = b^\circ - a^\circ \dots\dots ①$$

また、 $\triangle ABC$ の内角と外角の性質から

$$2b^\circ - 2a^\circ = 40^\circ$$

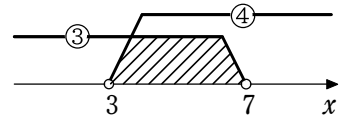
よって $b^\circ - a^\circ = 20^\circ \dots\dots ②$ ① と ② から $\angle x = 20^\circ$ 

14

(解説)

① を解くと $x < 7 \dots\dots ③$ ② を解くと $-2x < -6$

$$x > 3 \dots\dots ④$$

③ と ④ の共通範囲を求めて $3 < x < 7$ 答

15

(解説)

① を解くと $3x < 9$

よって $x < 3$ ③

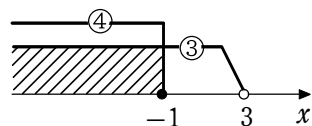
②の両辺に6をかけると $5 - 2(x - 4) \leq 3(2 - 3x)$

これを解くと $5 - 2x + 8 \leq 6 - 9x$

$$7x \leq -7$$

$$x \leq -1 \text{ ④}$$

③と④の共通範囲を求めて $x \leq -1$ 答



16

解説

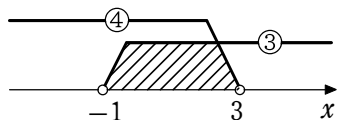
(1) $-8 < 3x - 5 < 4$ は $\begin{cases} -8 < 3x - 5 & \text{..... ①} \\ 3x - 5 < 4 & \text{..... ②} \end{cases}$ のように書ける。

①から $-3x < 3$ よって $x > -1$ ③

②から $3x < 9$ よって $x < 3$ ④

③と④の共通範囲を求めて

$$-1 < x < 3 \text{ 答}$$



(2) $10 \leq 13 - x < 5(1 - x)$ は $\begin{cases} 10 \leq 13 - x & \text{..... ①} \\ 13 - x < 5(1 - x) & \text{..... ②} \end{cases}$ のように書ける。

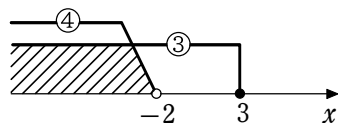
①を解くと $x \leq 3$ ③

②を解くと $13 - x < 5 - 5x$

$$4x < -8$$

$$x < -2 \text{ ④}$$

③と④の共通範囲を求めて $x < -2$ 答



17

解説

5人乗りのタクシーを x 台使うとすると、4人乗りのタクシーは $(7 - x)$ 台である。

32人運ぶから $5x + 4(7 - x) \geq 32$ ①

全体の料金が4500円をこえないから $660x + 600(7 - x) \leq 4500$ ②

①, ②を連立不等式として解く。

①から $5x + 28 - 4x \geq 32$

よって $x \geq 4$ ③

②の両辺を20でわると

$$33x + 30(7 - x) \leq 225$$

$$33x + 210 - 30x \leq 225$$

$$3x \leq 15$$

$$x \leq 5 \text{ ④}$$

③と④の共通範囲を求めて $4 \leq x \leq 5$

x はタクシーの台数で、自然数であるから $x = 4, 5$

$x = 4$ のとき $7 - x = 3$, $x = 5$ のとき $7 - x = 2$

どちらも問題に適している。

答 5人乗り4台と4人乗り3台 または 5人乗り5台と4人乗り2台

