

【定期試験対策講習】

2 学期 中間 考查 対策教材①

中 2 六甲数学

【注意事項】

本教材は

数学 1 「関数 $y=ax^2$ 」

数学 2 「三平方の定理」

の範囲から重要度の高い問題を集めています。

間違った問題は、本番では必ずできるように何度も解き直しをしてください。

【問題】

1

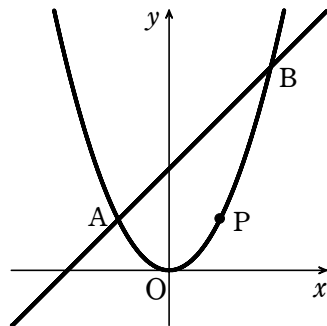
放物線 $y=ax^2$ は2点 A, B を通り、点 A の座標は $(-1, 2)$ であり、点 B の x 座標は2である。

- (1) a の値を求めなさい。
- (2) 直線 AB の式を求めなさい。
- (3) $\triangle OAB$ の面積を求めなさい。
- (4) 点 A と x 軸上の点 $(2, 0)$ を通る直線がある。この直線と直線 OB との交点を点 C とする。 $\triangle OAC$ と $\triangle ABC$ の面積比を求めなさい。

2

右の図において、2点 A, B は、放物線 $y=\frac{1}{2}x^2$ と直線 $y=x+4$ の交点である。また、点 P は放物線 $y=\frac{1}{2}x^2$ 上を、点 A から点 B まで動くものとする。

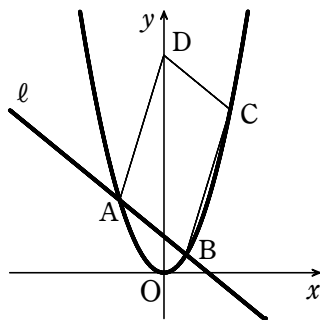
このとき、 $\triangle OAB = \triangle PAB$ となる点 P の座標を求めなさい。ただし、点 P は原点 O とは異なる点であるものとする。



3

右の図のように、放物線 $y=ax^2$ と直線 ℓ が2点 A, B で交わっている。この放物線上に点 C を、 y 軸上に点 D をとり、平行四边形 ABCD を作る。点 A の座標は $(-2, 8)$ 、点 B の x 座標は1である。このとき、次のものを求めなさい。

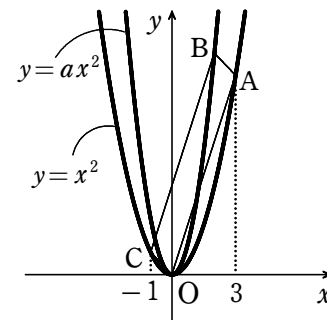
- (1) a の値
- (2) 直線 ℓ の式
- (3) 点 C の座標
- (4) 点 D の座標



4

右の図のように、放物線 $y=x^2$ 上に2点 A, C があり、点 A, C の x 座標はそれぞれ3, -1 である。また、放物線 $y=ax^2$ 上に点 B がある。四角形 OABC が平行四辺形になるとき、次の問いに答えなさい。

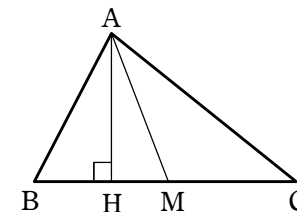
- (1) 2点 A, C を通る直線の式を求めなさい。
- (2) a の値を求めなさい。
- (3) 四角形 OABC の面積を求めなさい。



5

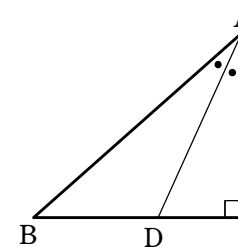
$\triangle ABC$ において、 $AB=2\sqrt{5}$ cm, $BC=7$ cm, $CA=\sqrt{41}$ cm である。頂点 A から辺 BC に垂線 AH を引き、辺 BC の中点を M とする。このとき、次の線分の長さを求めなさい。

- (1) AH
- (2) AM



6

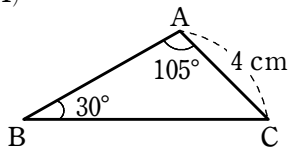
$\angle C=90^\circ$ である直角三角形 ABC の $\angle A$ の二等分線と辺 BC の交点を D とすると、 $BD=3$ cm, $CD=2$ cm となった。このとき、線分 AD の長さを求めなさい。



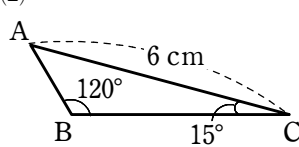
7

次の図で、辺 BC 、 AB の長さ と $\triangle ABC$ の面積を求めなさい。

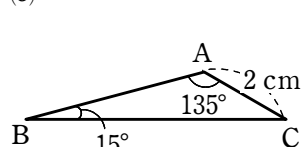
(1)



(2)



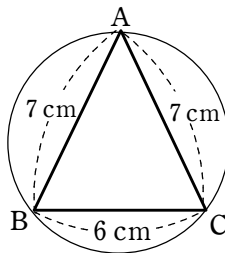
(3)



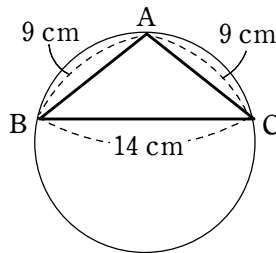
8

右の図の二等辺三角形 ABC について、外接円の半径を求めなさい。

(1)

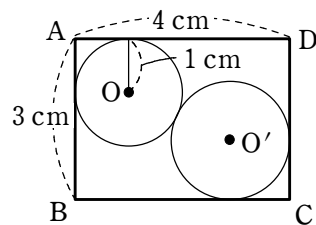


(2)



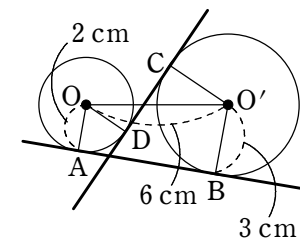
9

右の図のように、長方形 $ABCD$ の2辺 AB 、 AD に接する半径 1 cm の円 O がある。 $AB = 3\text{ cm}$ 、 $AD = 4\text{ cm}$ とする。2辺 BC 、 CD と円 O に接する円 O' の半径を求めなさい。



10

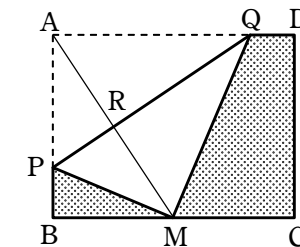
右の図において、 A 、 B 、 C 、 D は、2つの円 O 、 O' の共通接線の接点である。円 O 、 O' の半径がそれぞれ 2 cm 、 3 cm 、中心間の距離が 6 cm であるとき、線分 AB と CD の長さをそれぞれ求めなさい。



11

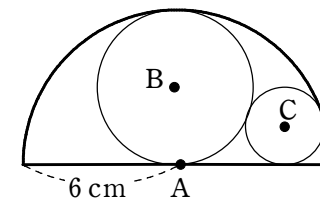
右の図のように、 $AB = 6\text{ cm}$ 、 $AD = 8\text{ cm}$ の長方形 $ABCD$ を、頂点 A が辺 BC の中点 M に重なるように折り返す。折り目を PQ とし、線分 PQ 、 AM の交点を R とする。

- (1) 線分 PM 、 QM の長さを求めなさい。
- (2) 線分 PR の長さを求めなさい。
- (3) 四角形 $APMQ$ の面積を求めなさい。



12

右の図のように、半径 6 cm の半円 A に円 B が内接し、その接点の1つは点 A である。円 C が半円 A に内接し、円 B に外接しているとき、円 C の半径を求めなさい。



【解答&解説】

1

【解答】 (1) $a=2$ (2) $y=2x+4$ (3) 6 (4) $\triangle OAC : \triangle ABC = 1 : 6$

2

【解答】 (2, 2)

3

【解答】 (1) $a=2$ (2) $y=-2x+4$ (3) (3, 18) (4) (0, 24)

4

【解答】 (1) $y=2x+3$ (2) $a=\frac{5}{2}$ (3) 12

5

【解答】 (1) 4 cm (2) $\frac{\sqrt{73}}{2}$ cm

6

【解答】 $2\sqrt{6}$ cm

7

【解答】 (1) $BC=(2\sqrt{6}+2\sqrt{2})$ cm, $AB=4\sqrt{2}$ cm, $\triangle ABC=(4\sqrt{3}+4)$ cm²
 (2) $BC=2\sqrt{6}$ cm, $AB=(3\sqrt{2}-\sqrt{6})$ cm, $\triangle ABC=(9-3\sqrt{3})$ cm²
 (3) $BC=(2\sqrt{3}+2)$ cm, $AB=(\sqrt{6}+\sqrt{2})$ cm, $\triangle ABC=(\sqrt{3}+1)$ cm²

8

【解答】 (1) $\frac{49\sqrt{10}}{40}$ cm (2) $\frac{81\sqrt{2}}{16}$ cm

9

【解答】 $(6-2\sqrt{6})$ cm

10

【解答】 $AB=\sqrt{35}$ cm, $CD=\sqrt{11}$ cm

11

【解答】 (1) $PM=\frac{13}{3}$ cm, $QM=\frac{13}{2}$ cm (2) $PR=\frac{2\sqrt{13}}{3}$ cm
 (3) $\frac{169}{6}$ cm²

12

【解答】 $\frac{3}{2}$ cm

1

【解説】

(1) 放物線 $y=ax^2$ は点 A (-1, 2) を通るから $2=a \times (-1)^2$
 よって $a=2$
 (2) $y=2x^2$ について

$$x=2 \text{ のとき } y=2 \times 2^2=8$$

よって、点 B の座標は (2, 8)

直線 AB の式を $y=px+q$ とおくと

$$2=-p+q, 8=2p+q$$

これを解くと $p=2, q=4$

したがって、直線 AB の式は $y=2x+4$

(3) 直線 AB と y 軸の交点を D とする。

直線 AB の y 切片は 4 であるから、点 D の座標は

$$(0, 4)$$

したがって

$$\begin{aligned}\triangle OAB &= \triangle OAD + \triangle OBD \\ &= \frac{1}{2} \times 4 \times 1 + \frac{1}{2} \times 4 \times 2 \\ &= 2 + 4 = 6\end{aligned}$$

(4) 点 (2, 0) を E とする。

直線 AE の式を $y = mx + n$ とおくと

$$\begin{aligned}2 &= -m + n, \\ 0 &= 2m + n\end{aligned}$$

これを解くと $m = -\frac{2}{3}$, $n = \frac{4}{3}$

よって、直線 AE の式は

$$y = -\frac{2}{3}x + \frac{4}{3}$$

また、直線 OB の式は $y = 4x$

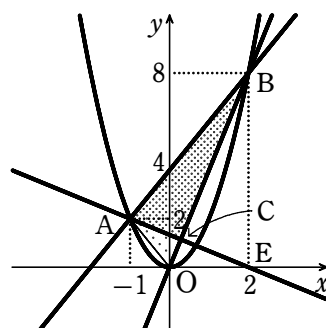
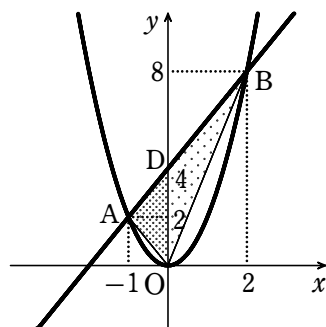
この 2 直線の交点 C の x 座標は、 $-\frac{2}{3}x + \frac{4}{3} = 4x$ を解いて $x = \frac{2}{7}$

$\triangle OAC$ と $\triangle ABC$ は、底辺をそれぞれ OC, CB とみると、高さが等しいから

$$\triangle OAC : \triangle ABC = OC : CB$$

$OC : OB = \frac{2}{7} : 2 = 1 : 7$ であるから $OC : CB = 1 : 6$

よって $\triangle OAC : \triangle ABC = 1 : 6$



よって、点 P は、放物線 $y = \frac{1}{2}x^2$ と直線 $y = x$ の交点である。

$$\frac{1}{2}x^2 = x \quad \text{より} \quad x(x-2) = 0$$

点 P は点 O とは異なる点であるから $x \neq 0$

よって $x = 2$ このとき $y = 2$

ゆえに、点 P の座標は (2, 2)

3

解説

(1) 放物線 $y = ax^2$ は点 A (-2, 8) を通るから $8 = a \times (-2)^2$

よって $a = 2$

(2) $y = 2x^2$ について

$$x = 1 \text{ のとき } y = 2 \times 1^2 = 2$$

よって、点 B の座標は (1, 2)

直線 ℓ の式を $y = mx + n$ とおくと、 ℓ は 2 点 A, B を通るから

$$8 = -2m + n, \quad 2 = m + n$$

これを解くと $m = -2$, $n = 4$

したがって、直線 ℓ の式は $y = -2x + 4$

(3) 平行四辺形 ABCD においては、点 A から点 B への移動と、点 D から点 C への移動は、同じ移動である。

点 A から点 B への移動は、右に 3, 下に 6 の移動である。

点 D の x 座標は 0 であるから、点 C の x 座標は 3 になる。

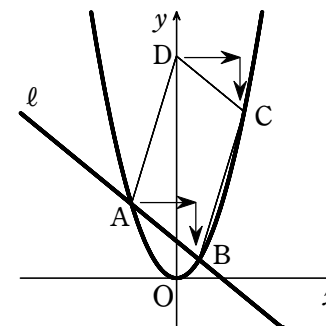
よって、点 C の y 座標は $2 \times 3^2 = 18$

図 (3, 18)

(4) 点 D の y 座標は、点 C の y 座標より 6 だけ大きいから

$$18 + 6 = 24$$

よって、点 D の座標は (0, 24)



2

解説

$\triangle OAB$ と $\triangle PAB$ は、共通な辺 AB をもつ。

よって、 $\triangle OAB = \triangle PAB$ となるのは、2 つの三角形の底辺を AB としたときの高さが等しくなるときである。

ゆえに、点 P は、点 O を通り直線 AB に平行な直線と、放物線との交点である。

直線 AB の傾きは 1 であるから、点 O を通り直線 AB に平行な直線の式は $y = x$

4

解説

(1) $y = x^2$ について

$$x=3 \text{ のとき } y=9, \quad x=-1 \text{ のとき } y=1$$

よって、点 A の座標は (3, 9), 点 C の座標は (-1, 1)

2 点 A, C を通る直線の式を $y = mx + n$ とおくと

$$9 = 3m + n, \quad 1 = -m + n$$

これを解くと $m = 2, n = 3$

よって、求める直線の式は $y = 2x + 3$

(2) 平行四辺形 OABC においては、点 O から点 C への移動と、点 A から点 B への移動は、同じ移動である。

点 O から点 C への移動は、左に 1, 上に 1 の移動である。

よって、点 B の座標は

$$(3-1, 9+1) \text{ すなわち } (2, 10)$$

放物線 $y = ax^2$ が点 B を通るから $10 = a \times 2^2$

$$\text{したがって } a = \frac{5}{2}$$

(3) 四角形 OABC は平行四辺形であるから、その面積を S とすると

$$S = 2\triangle OAC$$

直線 AC と y 軸との交点を D とする。

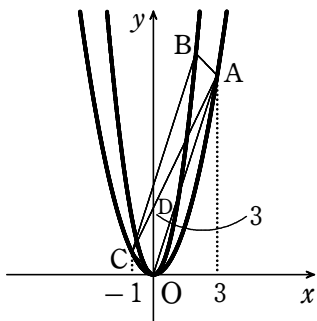
(1) より、直線 AC の y 切片は 3 であるから D (0, 3)

したがって

$$\triangle OAC = \triangle OAD + \triangle OCD$$

$$= \frac{1}{2} \times 3 \times 3 + \frac{1}{2} \times 3 \times 1 = \frac{9}{2} + \frac{3}{2} = 6$$

よって $S = 2 \times 6 = 12$



5

解説

(1) $BH = x$ cm とおくと、 $CH = (7-x)$ cm である。

直角三角形 ABH において、三平方の定理により

$$x^2 + AH^2 = (2\sqrt{5})^2$$

よって $AH^2 = 20 - x^2$ ①

直角三角形 ACH において、三平方の定理により

$$(7-x)^2 + AH^2 = (\sqrt{41})^2$$

よって $AH^2 = 41 - (7-x)^2$ ②

①, ② から $20 - x^2 = 41 - (7-x)^2$

よって $14x = 28$

したがって $x = 2$

① に代入して $AH^2 = 20 - 2^2 = 16$

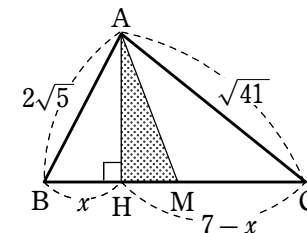
$AH > 0$ であるから $AH = 4$ cm

(2) (1) より、 $BH = 2$ であるから $MH = BM - BH = \frac{7}{2} - 2 = \frac{3}{2}$

直角三角形 AMH において、三平方の定理により $\left(\frac{3}{2}\right)^2 + 4^2 = AM^2$

よって $AM^2 = \frac{73}{4}$

$AM > 0$ であるから $AM = \sqrt{\frac{73}{4}} = \frac{\sqrt{73}}{2}$ (cm)



$$\text{よって } x = \frac{2}{\sqrt{3}-1} = \frac{2(\sqrt{3}+1)}{(\sqrt{3}-1)(\sqrt{3}+1)} = \frac{2(\sqrt{3}+1)}{2} = \sqrt{3}+1$$

$$\text{② から } BC = 2(\sqrt{3}+1) = 2\sqrt{3}+2 \text{ (cm)}$$

$$\text{① から } AB = \sqrt{2}(\sqrt{3}+1) = \sqrt{6} + \sqrt{2} \text{ (cm)}$$

$$\begin{aligned} \text{したがって } \triangle ABC &= \frac{1}{2} \times AC \times BH = \frac{1}{2} \times 2 \times (\sqrt{3}+1) \\ &= \sqrt{3}+1 \text{ (cm}^2\text{)} \end{aligned}$$

8

解説

(1) 外接円の中心を O とし、半径を r cm とする。

辺 BC の垂直二等分線は、2 点 O 、 A を通る。

辺 BC の中点を D とすると、直角三角形 ABD において

$$AD = \sqrt{7^2 - 3^2} = \sqrt{40} = 2\sqrt{10}$$

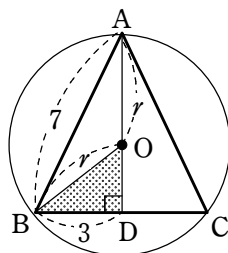
$OA = OB = r$ であるから、直角三角形 OBD において

$$3^2 + (2\sqrt{10} - r)^2 = r^2$$

$$\text{よって } 4\sqrt{10}r = 49$$

$$\text{したがって } r = \frac{49}{4\sqrt{10}} = \frac{49\sqrt{10}}{40}$$

$$\text{答 } \frac{49\sqrt{10}}{40} \text{ cm}$$



(2) 外接円の中心を O とし、半径を r cm とする。

辺 BC の垂直二等分線は、2 点 O 、 A を通る。

辺 BC の中点を D とすると、直角三角形 ABD において

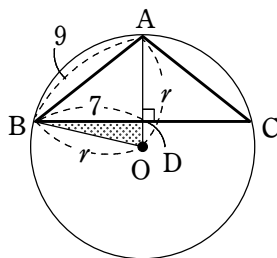
$$AD = \sqrt{9^2 - 7^2} = \sqrt{32} = 4\sqrt{2}$$

$OA = OB = r$ であるから、直角三角形 OBD において

$$7^2 + (r - 4\sqrt{2})^2 = r^2$$

$$\text{よって } 8\sqrt{2}r = 81$$

$$\text{したがって } r = \frac{81}{8\sqrt{2}} = \frac{81\sqrt{2}}{16}$$



$$\text{答 } \frac{81\sqrt{2}}{16} \text{ cm}$$

9

解説

円 O' の半径を r cm とする。

また、 O を通り辺 AB に平行な直線と、 O' を通り辺 BC に平行な直線の交点を E とする。

2つの円 O 、 O' は外接しているから

$$OO' = r + 1$$

$$\text{また、図から } OE = 3 - 1 - r = 2 - r \quad \dots\dots \text{①}$$

$$O'E = 4 - 1 - r = 3 - r \quad \dots\dots \text{②}$$

直角三角形 OEO' において

$$(2 - r)^2 + (3 - r)^2 = (r + 1)^2$$

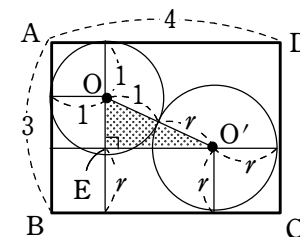
$$\text{すなわち } r^2 - 12r + 12 = 0$$

$$\text{これを解くと } r = \frac{12 \pm \sqrt{96}}{2} = 6 \pm 2\sqrt{6}$$

$$\text{①, ② から } r < 2$$

$$\text{したがって } r = 6 - 2\sqrt{6}$$

$$\text{答 } (6 - 2\sqrt{6}) \text{ cm}$$



10

解説

O から、線分 O'B に垂線 OH を引くと

$$O'H = 3 - 2 = 1 \text{ (cm)}$$

直角三角形 OO'H において

$$OH^2 = 6^2 - 1^2 = 35$$

OH > 0 であるから $OH = \sqrt{35}$ cm

よって $AB = \sqrt{35}$ cm

O から、直線 O'C に垂線 OH' を引くと

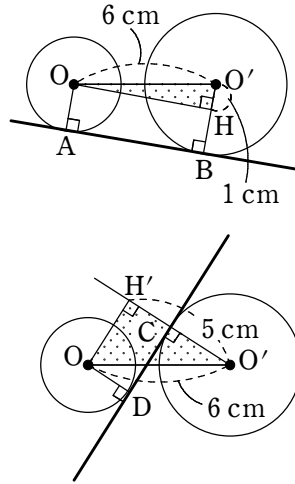
$$O'H' = 3 + 2 = 5 \text{ (cm)}$$

直角三角形 OO'H' において

$$OH'^2 = 6^2 - 5^2 = 11$$

OH' > 0 であるから $OH' = \sqrt{11}$ cm

よって $CD = \sqrt{11}$ cm



11

解説

(1) $PM = x$ cm とおくと、 $AP = x$ であるから

$$BP = 6 - x$$

直角三角形 PBM において

$$(6 - x)^2 + \left(\frac{8}{2}\right)^2 = x^2$$

これを解いて $x = \frac{13}{3}$

したがって $PM = \frac{13}{3}$ cm

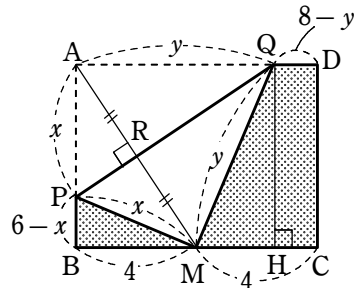
$QM = y$ cm とおくと、 $AQ = y$ であるから $DQ = 8 - y$

点 Q から辺 CM に垂線 QH を引くと、四角形 QHCD は長方形であるから

$$QD = HC \quad \dots\dots ①, \quad QH = DC \quad \dots\dots ②$$

① から $MH = MC - HC = \frac{8}{2} - (8 - y) = y - 4$

② から $QH = DC = 6$



よって、直角三角形 QMH において $(y - 4)^2 + 6^2 = y^2$

これを解いて $y = \frac{13}{2}$

したがって $QM = \frac{13}{2}$ cm

(2) 折り目 PQ は線分 AM の垂直二等分線である。

よって $RA = RM \quad \dots\dots ③$

また、直角三角形 ABM において $AM = \sqrt{6^2 + 4^2} = 2\sqrt{13}$

③ から $RM = AM \div 2 = \sqrt{13}$

直角三角形 PMR において

$$PR = \sqrt{\left(\frac{13}{3}\right)^2 - (\sqrt{13})^2} = \frac{2\sqrt{13}}{3} \text{ (cm)}$$

(3) $\triangle APQ \equiv \triangle MPQ$ であるから四角形 APMQ の面積は

$$\triangle APQ + \triangle MPQ = 2 \times \triangle MPQ$$

$$= 2 \times \frac{1}{2} \times \frac{13}{3} \times \frac{13}{2} = \frac{169}{6} \text{ (cm}^2\text{)}$$

12

解説

円 B の半径は 3 cm である。

点 C から線分 AB に垂線 CH を引く。

円 C の半径を r cm とすると円 B, C は外接しているから

$$BC = 3 + r$$

円 C は半円 A に内接しているから $AC = 6 - r$

また、点 C から半円 A の半径に垂線 CI を引くと

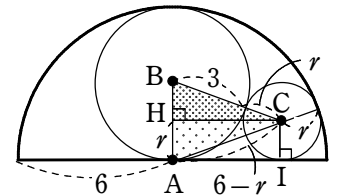
$$BH = AB - HA = 3 - CI = 3 - r$$

直角三角形 BHC において、三平方の定理により

$$CH^2 = (3 + r)^2 - (3 - r)^2 = 12r$$

よって、直角三角形 HAC において、三平方の定理により $r^2 + 12r = (6 - r)^2$

よって $24r = 36$



したがって $r = \frac{3}{2}$ 答 $\frac{3}{2}$ cm