

【定期試験対策講習】

2 学期 中間 考查 対策教材②

中 2 六甲数学

【注意事項】

本教材は

数学 1 「展開・因数分解等」

数学 2 「三平方の定理」の空間図形

の範囲から重要度の高い問題を集めています。

間違った問題は、本番では必ずできるように何度も解き直しをしてください。

【問題】

1

次の式を展開せよ。

- (1) $(a+3b-c)^2$ (2) $(x+y+7)(x+y-7)$
 (3) $(x-3y+2z)(x+3y-2z)$ (4) $(x^2-3x+1)(x^2+4x+1)$

2

次の式を展開せよ。

- (1) $(a+b)^3(a-b)^3$ (2) $(x+3)(x-1)(x^2+x+1)(x^2-3x+9)$

3

次の式を因数分解せよ。

- (1) x^3+27 (2) $64p^3-27q^3$

4

次の式を因数分解せよ。

- (1) $2(x-1)^2-11(x-1)+15$ (2) x^2-y^2+4y-4
 (3) x^4-10x^2+9 (4) $(x^2+3x)^2-2(x^2+3x)-8$

5

次の式を因数分解せよ。

- (1) $(x-1)(x-3)(x-5)(x-7)-9$ (4) $(x+y+1)^4-(x+y)^4$

6

次の式を因数分解せよ。

- (1) $a^3b+16-4ab-4a^2$ (2) $3x^2-2z^2+4yz+2xy+5xz$

7

次の式を因数分解せよ。

- (1) $x^2-xy-2y^2-x-7y-6$ (2) $3x^2+7xy+2y^2-5x-5y+2$

8

次の式を因数分解せよ。

- (1) $a^2b+ab^2+b^2c+bc^2+c^2a+ca^2+2abc$
 (2) $a^2(b-c)+b^2(c-a)+c^2(a-b)$

9

次の式を因数分解せよ。

- (1) $x^4-9x^2y^2+16y^4$ (2) $4x^4+11x^2y^2+9y^4$

10

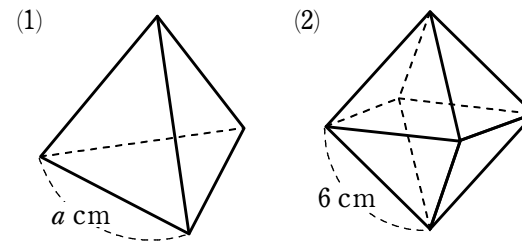
次の式を因数分解せよ。

- (1) $a^3-b^3-c^3-3abc$ (2) $a^3+6ab-8b^3+1$

11

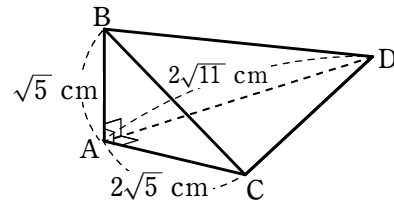
次の立体の体積を求めなさい。

- (1) 1辺の長さが a cm の正四面体
 (2) 1辺の長さが 6 cm の正八面体



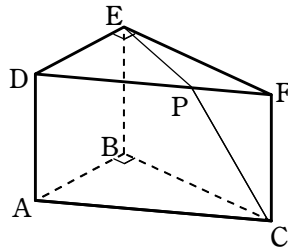
12

三角錐 $ABCD$ において、 $AB = \sqrt{5}$ cm,
 $AC = 2\sqrt{5}$ cm, $AD = 2\sqrt{11}$ cm,
 $\angle BAC = \angle CAD = \angle DAB = 90^\circ$ である。
 このとき、頂点 A から $\triangle BCD$ に引いた垂線の
 長さを求めなさい。



13

右の図は、底面が $AB = 15$ cm, $BC = 20$ cm,
 $\angle ABC = 90^\circ$ の直角三角形で、 $AD = 16$ cm の三角柱
 である。頂点 E から C へ、辺 DF 上の点 P を通る糸
 をかける。糸の長さが最も短くなるとき、その長さを
 求めなさい。

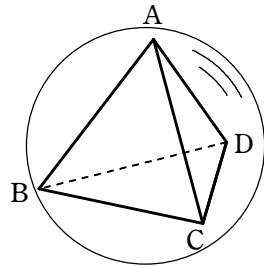


14

半径 3 cm の球を平面で切断したら、切り口の面積が 5π cm² となった。
 このとき、球の中心から平面までの距離を求めなさい。

15

1 辺の長さが 12 cm の正四面体 $ABCD$ のすべての頂点が 1 つ
 の球面上にある。このとき、その球の半径を求めなさい。



【解答&解説】

1

【解答】 (1) $a^2 + 9b^2 + c^2 + 6ab - 6bc - 2ca$ (2) $x^2 + 2xy + y^2 - 49$
 (3) $x^2 - 9y^2 - 4z^2 + 12yz$ (4) $x^4 + x^3 - 10x^2 + x + 1$

2

【解答】 (1) $a^6 - 3a^4b^2 + 3a^2b^4 - b^6$ (2) $x^6 + 26x^3 - 27$

3

【解答】 (1) $(x+3)(x^2-3x+9)$ (2) $(4p-3q)(16p^2+12pq+9q^2)$

4

【解答】 (1) $(x-4)(2x-7)$ (2) $(x+y-2)(x-y+2)$
 (3) $(x+1)(x-1)(x+3)(x-3)$ (4) $(x+1)(x+2)(x-1)(x+4)$

5

【解答】 (1) $(x^2-8x+6)(x-4)^2$ (2) $(2x^2+4xy+2y^2+2x+2y+1)(2x+2y+1)$

6

【解答】 (1) $(a+2)(a-2)(ab-4)$ (2) $(x+2z)(3x+2y-z)$

7

【解答】 (1) $(x+y+2)(x-2y-3)$ (2) $(x+2y-1)(3x+y-2)$

8

【解答】 (1) $(a+b)(b+c)(c+a)$ (2) $-(a-b)(b-c)(c-a)$

9

【解答】 (1) $(x^2+xy-4y^2)(x^2-xy-4y^2)$ (2) $(2x^2+xy+3y^2)(2x^2-xy+3y^2)$

10

【解答】 (1) $(a-b-c)(a^2+b^2+c^2+ab-bc+ca)$
 (2) $(a-2b+1)(a^2+2ab+4b^2-a+2b+1)$

11

【解答】 (1) $\frac{\sqrt{2}}{12}a^3 \text{ cm}^3$ (2) $72\sqrt{2} \text{ cm}^3$

12

【解答】 $\frac{\sqrt{33}}{3} \text{ cm}$

13

【解答】 $4\sqrt{65} \text{ cm}$

14

【解答】 2 cm

15

【解答】 $3\sqrt{6} \text{ cm}$

1

【解説】

$$\begin{aligned} (1) \quad (a+3b-c)^2 &= \{a+(3b-c)\}^2 = a^2 + 2a(3b-c) + (3b-c)^2 \\ &= a^2 + 6ab - 2ac + 9b^2 - 6bc + c^2 \\ &= a^2 + 9b^2 + c^2 + 6ab - 6bc - 2ca \end{aligned}$$

【別解】 $(a+3b-c)^2 = \{a+3b+(-c)\}^2$

$$\begin{aligned} &= a^2 + (3b)^2 + (-c)^2 + 2 \cdot a \cdot 3b + 2 \cdot 3b(-c) + 2(-c)a \\ &= a^2 + 9b^2 + c^2 + 6ab - 6bc - 2ca \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} (2) \quad (x+y+7)(x+y-7) &= \{(x+y)+7\}\{(x+y)-7\} = (x+y)^2 - 7^2 \\ &= x^2 + 2xy + y^2 - 49 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} (3) \quad (x-3y+2z)(x+3y-2z) &= \{x-(3y-2z)\}\{x+(3y-2z)\} \\ &= x^2 - (3y-2z)^2 = x^2 - 9y^2 - 4z^2 + 12yz \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} (4) \quad (x^2-3x+1)(x^2+4x+1) &= \{(x^2+1)-3x\}\{(x^2+1)+4x\} \\ &= (x^2+1)^2 + (x^2+1)x - 12x^2 \\ &= (x^4+2x^2+1) + x^3 + x - 12x^2 \\ &= x^4 + x^3 - 10x^2 + x + 1 \end{aligned}$$

2

解説

$$\begin{aligned}
 (1) \quad (a+b)^3(a-b)^3 &= \{(a+b)(a-b)\}^3 = (a^2-b^2)^3 \\
 &= (a^2)^3 - 3(a^2)^2b^2 + 3a^2(b^2)^2 - (b^2)^3 \\
 &= a^6 - 3a^4b^2 + 3a^2b^4 - b^6
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 (2) \quad (x+3)(x-1)(x^2+x+1)(x^2-3x+9) \\
 &= (x-1)(x^2+x+1) \times (x+3)(x^2-3x+9) \\
 &= (x^3-1)(x^3+27) \\
 &= (x^3)^2 + 26x^3 - 27 \\
 &= x^6 + 26x^3 - 27
 \end{aligned}$$

3

解説

$$\begin{aligned}
 (1) \quad x^3 + 27 &= x^3 + 3^3 = (x+3)(x^2-x \cdot 3+3^2) = (x+3)(x^2-3x+9) \\
 (2) \quad 64p^3 - 27q^3 &= (4p)^3 - (3q)^3 = (4p-3q)\{(4p)^2 + (4p) \cdot (3q) + (3q)^2\} \\
 &= (4p-3q)(16p^2 + 12pq + 9q^2)
 \end{aligned}$$

4

解説

$$\begin{aligned}
 (1) \quad 2(x-1)^2 - 11(x-1) + 15 &= \{(x-1)-3\}\{2(x-1)-5\} \\
 &= (x-4)(2x-7)
 \end{aligned}$$

$$\begin{array}{rcl}
 1 & \times & -3 \longrightarrow -6 \\
 2 & \times & -5 \longrightarrow -5 \\
 \hline
 2 & & 15 \quad -11
 \end{array}$$

$$\begin{aligned}
 \text{別解} \quad 2(x-1)^2 - 11(x-1) + 15 &= 2(x^2-2x+1) - 11x + 26 \\
 &= 2x^2 - 15x + 28 \\
 &= (x-4)(2x-7)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 (2) \quad x^2 - y^2 + 4y - 4 &= x^2 - (y^2 - 4y + 4) = x^2 - (y-2)^2 \\
 &= \{x + (y-2)\}\{x - (y-2)\} \\
 &= (x+y-2)(x-y+2)
 \end{aligned}$$

$$(3) \quad x^4 - 10x^2 + 9 = (x^2)^2 - 10x^2 + 9$$

$$\begin{aligned}
 &= (x^2-1)(x^2-9) \\
 &= (x+1)(x-1)(x+3)(x-3)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 (4) \quad (x^2+3x)^2 - 2(x^2+3x) - 8 &= \{(x^2+3x)+2\}\{(x^2+3x)-4\} \\
 &= (x^2+3x+2)(x^2+3x-4) \\
 &= (x+1)(x+2)(x-1)(x+4)
 \end{aligned}$$

5

解説

$$\begin{aligned}
 (1) \quad (\text{与式}) &= (x-1)(x-7) \times (x-3)(x-5) - 9 \\
 &= (x^2-8x+7)(x^2-8x+15) - 9 \\
 &= (x^2-8x)^2 + 22(x^2-8x) + 96 \\
 &= (x^2-8x+6)(x^2-8x+16) \\
 &= (x^2-8x+6)(x-4)^2
 \end{aligned}$$

$$(2) \quad x+y=t \text{ とおくと}$$

$$\begin{aligned}
 (\text{与式}) &= (t+1)^4 - t^4 \\
 &= \{(t+1)^2 + t^2\}\{(t+1)^2 - t^2\} \\
 &= (2t^2 + 2t + 1)(2t + 1) \\
 &= \{2(x+y)^2 + 2(x+y) + 1\}\{2(x+y) + 1\} \\
 &= (2x^2 + 4xy + 2y^2 + 2x + 2y + 1)(2x + 2y + 1)
 \end{aligned}$$

6

解説

$$\begin{aligned}
 (1) \quad a^3b + 16 - 4ab - 4a^2 &= (a^3 - 4a)b + 16 - 4a^2 \\
 &= a(a^2 - 4)b - 4(a^2 - 4) \\
 &= (a^2 - 4)(ab - 4) \\
 &= (a+2)(a-2)(ab-4)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 (2) \quad 3x^2 - 2z^2 + 4yz + 2xy + 5xz &= (2x+4z)y + 3x^2 + 5xz - 2z^2 \\
 &= 2(x+2z)y + (x+2z)(3x-z) \\
 &= (x+2z)(2y+3x-z) \\
 &= (x+2z)(3x+2y-z)
 \end{aligned}$$

7

解説

$$\begin{aligned}
 (1) \quad (\text{与式}) &= x^2 - (y+1)x - (2y^2 + 7y + 6) \\
 &= x^2 - (y+1)x - (y+2)(2y+3) \quad \longleftarrow [\text{A}] \\
 &= \{x + (y+2)\}\{x - (2y+3)\} \quad \longleftarrow [\text{B}] \\
 &= (x+y+2)(x-2y-3)
 \end{aligned}$$

$$\begin{array}{rcl}
 [\text{A}] \quad \begin{array}{ccc} 1 & \times & 2 \longrightarrow 4 \\ 2 & \times & 3 \longrightarrow 3 \\ \hline 2 & 6 & 7 \end{array} & & [\text{B}] \quad \begin{array}{ccc} 1 & \times & y+2 \longrightarrow y+2 \\ 1 & \times & -(2y+3) \longrightarrow -2y-3 \\ \hline 1 & & -(y+2)(2y+3) \longrightarrow -(y+1) \end{array}
 \end{array}$$

$$\begin{aligned}
 (2) \quad (\text{与式}) &= 3x^2 + (7y-5)x + (2y^2 - 5y + 2) \\
 &= 3x^2 + (7y-5)x + (y-2)(2y-1) \quad \longleftarrow [\text{C}] \\
 &= \{x + (2y-1)\}\{3x + (y-2)\} \quad \longleftarrow [\text{D}] \\
 &= (x+2y-1)(3x+y-2)
 \end{aligned}$$

$$\begin{array}{rcl}
 [\text{C}] \quad \begin{array}{ccc} 1 & \times & -2 \longrightarrow -4 \\ 2 & \times & -1 \longrightarrow -1 \\ \hline 2 & 2 & -5 \end{array} & & [\text{D}] \quad \begin{array}{ccc} 1 & \times & 2y-1 \longrightarrow 6y-3 \\ 3 & \times & y-2 \longrightarrow y-2 \\ \hline 3 & & (y-2)(2y-1) \longrightarrow 7y-5 \end{array}
 \end{array}$$

8

解説

$$\begin{aligned}
 (1) \quad a^2b + ab^2 + b^2c + bc^2 + c^2a + ca^2 + 2abc \\
 &= (b+c)a^2 + (b^2+2bc+c^2)a + b^2c + bc^2 \\
 &= (b+c)a^2 + (b+c)^2a + (b+c)bc \\
 &= (b+c)\{a^2 + (b+c)a + bc\} \\
 &= (b+c)(a+b)(a+c) \\
 &= (a+b)(b+c)(c+a)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 (2) \quad a^2(b-c) + b^2(c-a) + c^2(a-b) \\
 &= (b-c)a^2 + b^2c - ab^2 + c^2a - bc^2 \\
 &= (b-c)a^2 - (b^2-c^2)a + (b-c)bc \\
 &= (b-c)a^2 - (b+c)(b-c)a + (b-c)bc
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 &= (b-c)\{a^2 - (b+c)a + bc\} \\
 &= (b-c)(a-b)(a-c) \\
 &= -(a-b)(b-c)(c-a)
 \end{aligned}$$

9

解説

$$\begin{aligned}
 (1) \quad x^4 - 9x^2y^2 + 16y^4 &= \{x^4 - 8x^2y^2 + (4y^2)^2\} - x^2y^2 \\
 &= (x^2 - 4y^2)^2 - (xy)^2 \\
 &= \{(x^2 - 4y^2) + xy\}\{(x^2 - 4y^2) - xy\} \\
 &= (x^2 + xy - 4y^2)(x^2 - xy - 4y^2) \\
 (2) \quad 4x^4 + 11x^2y^2 + 9y^4 &= \{(2x^2)^2 + 12x^2y^2 + (3y^2)^2\} - x^2y^2 \\
 &= (2x^2 + 3y^2)^2 - (xy)^2 \\
 &= \{(2x^2 + 3y^2) + xy\}\{(2x^2 + 3y^2) - xy\} \\
 &= (2x^2 + xy + 3y^2)(2x^2 - xy + 3y^2)
 \end{aligned}$$

10

解説

$$\begin{aligned}
 (1) \quad a^3 - b^3 - c^3 - 3abc \\
 &= a^3 + (-b)^3 + (-c)^3 - 3a(-b)(-c) \\
 &= \{a + (-b) + (-c)\}\{a^2 + (-b)^2 + (-c)^2 - a(-b) - (-b)(-c) - (-c)a\} \\
 &= (a-b-c)(a^2 + b^2 + c^2 + ab - bc + ca) \\
 (2) \quad a^3 + 6ab - 8b^3 + 1 \\
 &= a^3 - 8b^3 + 1 + 6ab = a^3 + (-2b)^3 + 1^3 - 3a \cdot (-2b) \cdot 1 \\
 &= \{a + (-2b) + 1\}\{a^2 + (-2b)^2 + 1^2 - a \cdot (-2b) - (-2b) \cdot 1 - 1 \cdot a\} \\
 &= (a-2b+1)(a^2 + 4b^2 + 1 + 2ab + 2b - a) \\
 &= (a-2b+1)(a^2 + 2ab + 4b^2 - a + 2b + 1)
 \end{aligned}$$

11

(解説)

(1) 図のように、正四面体の頂点を A, B, C, D とする。

$\triangle BCD$ は 1 辺 a cm の正三角形であるから、辺 BC の中点を M とすると

$$DM = a \times \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{\sqrt{3}}{2}a$$

よって、 $\triangle BCD$ の面積は $\frac{1}{2} \times a \times \frac{\sqrt{3}}{2}a = \frac{\sqrt{3}}{4}a^2$

頂点 A から底面 BCD に垂線 AH を引くと、H は $\triangle BCD$ の重心であるから

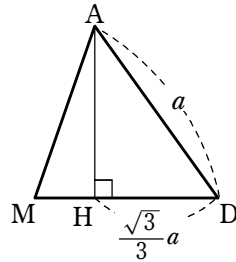
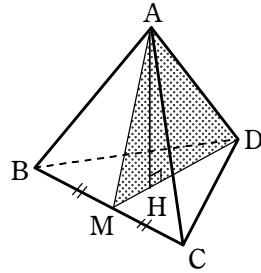
$$DH = \frac{2}{3}DM = \frac{\sqrt{3}}{3}a$$

よって、直角三角形 AHD において

$$AH = \sqrt{a^2 - \left(\frac{\sqrt{3}}{3}a\right)^2} = \sqrt{\frac{2}{3}a^2} = \frac{\sqrt{6}}{3}a$$

したがって、正四面体の体積は

$$\begin{aligned} \frac{1}{3} \times \triangle BCD \times AH &= \frac{1}{3} \times \frac{\sqrt{3}}{4}a^2 \times \frac{\sqrt{6}}{3}a \\ &= \frac{\sqrt{2}}{12}a^3 \text{ (cm}^3\text{)} \end{aligned}$$



(2) 図のように、正八面体の頂点を A, B, C, D, E, F とする。

正四角錐 A-BCDE において、頂点 A から底面 BCDE に垂線 AH を引くと、H は線分 EC, BD の交点である。よって、直角三角形 ABH において

$$\begin{aligned} AH^2 &= AB^2 - BH^2 \\ &= 6^2 - BH^2 \quad \dots\dots ① \end{aligned}$$

ここで、直角三角形 BHC において、

BH : CH : BC = 1 : 1 : $\sqrt{2}$ であるから

$$BH = BC \times \frac{1}{\sqrt{2}} = 6 \times \frac{1}{\sqrt{2}} = 3\sqrt{2}$$

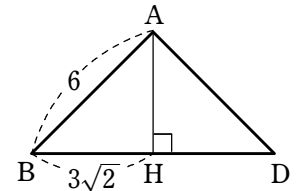
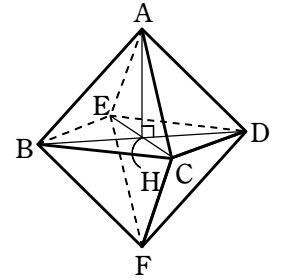
これと ① から $AH^2 = 36 - (3\sqrt{2})^2 = 18$

$AH > 0$ であるから $AH = \sqrt{18} = 3\sqrt{2}$

よって、正四角錐 A-BCDE の体積は

$$\frac{1}{3} \times 6^2 \times 3\sqrt{2} = 36\sqrt{2}$$

したがって、正八面体の体積は $2 \times 36\sqrt{2} = 72\sqrt{2}$ (cm³)



12

(解説)

三角錐 ABCD の体積は

$$\begin{aligned} \frac{1}{3} \times \left(\frac{1}{2} \times AB \times AC \right) \times AD &= \frac{1}{3} \times \left(\frac{1}{2} \times \sqrt{5} \times 2\sqrt{5} \right) \times 2\sqrt{11} \\ &= \frac{10\sqrt{11}}{3} \quad \dots\dots ① \end{aligned}$$

直角三角形 ABC, ACD, ADB において

$$BC = \sqrt{(\sqrt{5})^2 + (2\sqrt{5})^2} = 5$$

$$CD = \sqrt{(2\sqrt{5})^2 + (2\sqrt{11})^2} = 8$$

$$BD = \sqrt{(2\sqrt{11})^2 + (\sqrt{5})^2} = 7$$

△BCD において、頂点 B から辺 CD に垂線 BE を引く。
CE = x cm とおくと、直角三角形 BCE, BDE において

$$BE^2 = BC^2 - CE^2 = 5^2 - x^2$$

$$BE^2 = BD^2 - DE^2 = 7^2 - (8-x)^2$$

$$\text{よって } 5^2 - x^2 = 7^2 - (8-x)^2$$

$$\text{すなわち } x = \frac{5}{2}$$

$$\text{したがって } BE^2 = 5^2 - \left(\frac{5}{2}\right)^2 = \frac{75}{4}$$

$$BE > 0 \text{ であるから } BE = \sqrt{\frac{75}{4}} = \frac{5\sqrt{3}}{2}$$

$$\text{よって、}\triangle BCD \text{ の面積は } \frac{1}{2} \times 8 \times \frac{5\sqrt{3}}{2} = 10\sqrt{3} \quad \dots\dots ②$$

頂点 A から △BCD に引いた垂線を AH とすると、三角錐の体積は

$$\frac{1}{3} \times \triangle BCD \times AH$$

$$\text{①, ② から } \frac{10\sqrt{11}}{3} = \frac{1}{3} \times 10\sqrt{3} \times AH$$

$$\text{よって } AH = \frac{\sqrt{33}}{3} \quad \text{答} \quad \frac{\sqrt{33}}{3} \text{ cm}$$

13

解説

右の図のように、面 EDF, DACF を含む展開図を考えると、
最も短くなるときの糸の長さは、線分 EC の長さと等しい。
直角三角形 EDF において

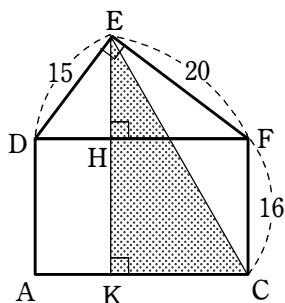
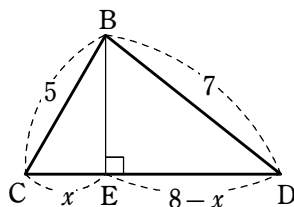
$$\begin{aligned} DF^2 &= 15^2 + 20^2 \\ &= (5 \times 3)^2 + (5 \times 4)^2 = 5^2 \times 25 \end{aligned}$$

DF > 0 であるから

$$DF = \sqrt{5^2 \times 25} = 5\sqrt{25} = 25$$

頂点 E から線分 DF に垂線 EH を引くと、

△EDF ∽ △HEF であるから EF : HF = DF : EF



$$\text{すなわち } 20 : HF = 25 : 20 \quad \text{よって } HF = 16$$

$$\text{また } DE : EH = DF : EF$$

$$\text{すなわち } 15 : EH = 25 : 20 \quad \text{よって } EH = 12$$

線分 EH の延長と辺 AC の交点を K とすると、△EKC は直角三角形であるから

$$\begin{aligned} EC^2 &= EK^2 + KC^2 = (EH + FC)^2 + FH^2 \\ &= (12 + 16)^2 + 16^2 = (4 \times 7)^2 + (4 \times 4)^2 \\ &= 4^2 \times 65 \end{aligned}$$

$$EC > 0 \text{ であるから } EC = \sqrt{4^2 \times 65} = 4\sqrt{65}$$

$$\text{よって、求める糸の長さは } 4\sqrt{65} \text{ cm}$$

14

解説

切り口の図形は円になる。

球の中心を O とし、O から平面に垂線 OH を引くと、H は切り口の円の中心となる。

円の半径を r cm とすると、面積が 5π cm² で

$$\text{あるから } \pi r^2 = 5\pi$$

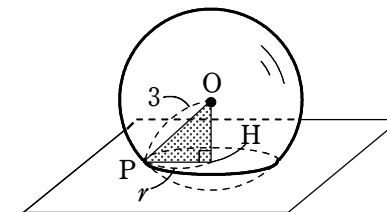
$$\text{よって } r^2 = 5$$

ここで、円 H の円周上の 1 点を P とすると、
直角三角形 OPH において

$$OH^2 = 3^2 - r^2 = 3^2 - 5 = 4$$

$$OH > 0 \text{ であるから } OH = 2$$

$$\text{したがって、球の中心から平面までの距離は } 2 \text{ cm}$$



15

解説

辺 BC の中点を E とする。また、頂点 A から底面 BCD に垂線 AH を引く。

$\triangle ABC$, $\triangle BCD$ は正三角形であるから

$$AE = DE = 12 \times \frac{\sqrt{3}}{2} = 6\sqrt{3}$$

H は $\triangle BCD$ の重心であるから

$$EH = \frac{1}{3} \times 6\sqrt{3} = 2\sqrt{3}, \quad DH = \frac{2}{3} \times 6\sqrt{3} = 4\sqrt{3}$$

直角三角形 AEH において

$$AH^2 = (6\sqrt{3})^2 - (2\sqrt{3})^2 = 96$$

$AH > 0$ であるから $AH = 4\sqrt{6}$

球の中心を O とし、球の半径を r cm とすると、直角三角形 ODH において

$$OH^2 + HD^2 = OD^2$$

すなわち $(4\sqrt{6} - r)^2 + (4\sqrt{3})^2 = r^2$

よって $8\sqrt{6}r = 144$

したがって $r = \frac{144}{8\sqrt{6}} = 3\sqrt{6}$ (cm)

参考 球の中心 O は、高さ AH を $3:1$ に内分している。

これは、1 辺の長さが 12 cm の正四面体のすべての面に接するような球の中心と一致している。

